



### 3.2.5 Die Ursache von Bewegungen (\*)

Wir stellen nun die Frage nach der Ursache von Bewegungen und beginnen mit der Frage nach den Bewegungen, die ein Körper ausführt, wenn auf ihn keinerlei (äußere) Ursachen einwirken<sup>¶</sup>. Jede Antwort auf diese Frage ist nicht beweisbar, sondern hat

---

<sup>¶</sup>Ich vermeide an dieser Stelle mit Absicht die Begriffe *Kraft*, *Kraftfeld* o.ä., da ich in diesem Kapitel bei dem Konzept der ausschließlich kinematischen Beschreibung bleiben möchte.

den Charakter eines Axioms: Wir formulieren eine Antwort, nehmen diese b.a.w. als richtig an und überprüfen, ob die daraus ableitbaren Aussagen zu Widersprüchen mit der experimentellen Praxis führen oder nicht. Ich beginne mit der von mir als *Axiom der Nichtbeschleunigung* bezeichneten Aussage:

**Axiom 5** *Die Beschleunigung eines jeden Körpers ohne äußere Einwirkungen ist gleich Null.*

Die Abwesenheit von äußeren Einwirkungen setzen wir insbesondere dann voraus, wenn der betrachtete Körper *der einzige im Weltall vorhandene* ist, oder - realistischer formuliert - wenn er sich in *ausreichend großer Entfernung* von allen übrigen Körpern befindet. Uns fehlt allerdings noch das Kriterium, um entscheiden zu können, ob diese Bedingung der ausreichend großen Entfernung in einem konkreten Fall zutrifft oder nicht. Die Anwesenheit einer äußeren Einwirkung deuten wir im Gegenzug als durch einen (oder mehrere) *in ausreichend kleiner Entfernung* vorhandene(n) weitere(n) Körper bedingt. Diese Aussage formulieren wir ebenfalls axiomatisch als das *Axiom der Wechselwirkung*:

**Axiom 6** *Jede äußere Einwirkung auf einen Körper hat ihre Ursache in der Existenz eines oder mehrerer weiterer Körper, die mit diesem wechselwirken. Die Folge dieser Wechselwirkung ist eine Beschleunigung des Körpers.*

Demnach wirkt auf einen Körper, der mit keinem anderen Körper wechselwirkt, keine Beschleunigung. Er bewegt sich daher mit konstanter Geschwindigkeit  $\vec{v}$ , ändert also weder den Betrag noch die Richtung seiner Geschwindigkeit. Daher müsste die Überschrift dieses Abschnitts eigentlich *Die Ursache von Beschleunigungen* heißen. Außerdem könnte streng genommen das von mir aus didaktischen Gründen an den Beginn dieses Abschnitts gesetzte Axiom 5 entfallen. Denn es ist eine unmittelbare Folge aus dem Axiom 6. Dieses Axiom 6 besagt insbesondere, dass die Auswirkung dieser Wechselwirkung durch die Angabe der daraus resultierenden Beschleunigung ausreichend und vollständig beschrieben ist. Es ist also nicht erforderlich, an dieser Stelle auch noch höhere Ableitungen der Funktion  $\vec{r} = \vec{r}(t)$  in die Theorie mit aufzunehmen. Diese Aussage ist keinesfalls trivial, historisch ist sie erstmalig in der Newtonschen Formulierung der Mechanik zu finden. Bei vielen real auftretenden Wechselwirkungen ist nun die an dem jeweils betrachteten Körper auftretende Beschleunigung zum einen mit 2 spezifischen diesem Körper zuordbaren Kenngrößen verknüpft, seiner *verallgemeinerten Ladung*  $\Xi$  (gespr. Ksi) und seiner *Trägheit*  $M$ ,<sup>||</sup> und zum anderen mit einem Vektorfeld  $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r})$ , das sich aus der Wechselwirkung mit allen übrigen Körpern ergibt. Und zwar hat diese Verknüpfung die

---

<sup>||</sup>Ich habe mich dazu entschlossen, diese Größe im Gegensatz zu nahezu allen anderen Lehrbüchern mit dem Großbuchstaben  $M$  zu kennzeichnen, einfach weil wir alle anderen extensiven Variablen auch mit Großbuchstaben kennzeichnen. Die Kennzeichnung  $m$  ist dann noch frei für die volumen- oder teilchenbezogene *Trägheitsdichte*, s. Abschnitt 8.1.13

Form

$$\vec{b}_j(\vec{r}_j) = \frac{\Xi_j}{M_j} \cdot \vec{\mathcal{E}}_{i \neq j}(\vec{r}_j) \quad (3.554)$$

Die Größen  $\Xi_j$  und  $M_j$  sind Eigenschaften des betrachteten Körpers, den wir zur Verdeutlichung ebenso wie alle seine Kenngrößen mit dem Index  $j$  versehen haben. Das Vektorfeld  $\vec{\mathcal{E}}_{i \neq j}(\vec{r}_j)$  dagegen resultiert aus der Wechselwirkung des Körpers  $j$  mit allen weiteren noch vorhandenen Körpern. Diesen Zusammenhang bringe ich durch den Index  $i \neq j$  zum Ausdruck. Wir werden dieses Vektorfeld als *Feldstärke* bezeichnen, hierfür generell die Bezeichnung  $\mathcal{E}$  verwenden und den Buchstaben  $E$  für die *Energie* frei halten, die wir im Abschnitt 3.3.2 kennen lernen werden, und die uns von da ab nicht mehr verlassen wird. Wenn spezifiziert werden soll, um welche Wechselwirkung es sich bei der betrachteten Feldstärke handelt, werde ich die Bezeichnung der zugehörigen Ladung in der Form  $\mathcal{E}^{(\Xi)}$  anfügen. Die Feldstärke  $\mathcal{E}$  hat die Dimension

$$[\mathcal{E}] = \frac{\text{Beschleunigung} * \text{Trägheit}}{\text{Ladung}} \quad (3.555)$$

$\Xi_j$  und  $M_j$  sind von der Feldstärke  $\vec{\mathcal{E}}_{i \neq j}(\vec{r})$  **unabhängig**, und sie verhalten sich **additiv**, d.h. bei der Kopplung zweier Körper (1) und (2) zu einem gemeinsamen physikalischen System addieren sich deren Ladungen und Trägheiten,

$$\Xi_{1,2} = \Xi_1 + \Xi_2 ; M_{1,2} = M_1 + M_2 \quad (3.556)$$

Wie wir noch sehen werden (s. Abschnitt 3.3.3), ist die Größe  $M$  immer skalar und positiv definit, sie wird üblicherweise als die *träge Masse* des Körpers bezeichnet. (Weshalb ich an dieser Stelle das Wort *träge* ergänze, werden wir im Kapitel 3.2.10 verstehen lernen.) Die verallgemeinerte Ladung  $\Xi$  dagegen hat eine von der Art der Wechselwirkung abhängige mathematische Struktur. In einigen Fällen ist sie ebenfalls skalar und positiv definit, bei anderen Wechselwirkungen ist sie wohl skalar, kann aber beide Vorzeichen annehmen, und bei noch anderen Wechselwirkungen ist sie eine vektorielle oder eine tensorartige Größe. Die Feldstärke  $\vec{\mathcal{E}}_{i \neq j}(\vec{r})$  ist eine für alle Ortskoordinaten  $\vec{r}$  wohl definierte Vektorfunktion und ihrerseits unabhängig von den Werten  $\Xi_j$  und  $M_j$ . Insgesamt bringt also die Beschreibung einer Wechselwirkung in Form der Gl. 3.554 eine Faktorisierung der Wirkungen der beteiligten Körper zum Ausdruck. Die gesamte Wirkung ist das Produkt aus den nur durch den Körper  $j$  bestimmten Größen  $\Xi_j$  und  $M_j^{-1}$  und der nur von den übrigen Körpern  $i \neq j$  bestimmten Größe  $\vec{\mathcal{E}}_{i \neq j}(\vec{r})$ .

Jedes physikalische Objekt besitzt also in jedem vorgegebenen Zustand eine bestimmte (für alle Wechselwirkungen identische!) träge Masse  $M$  sowie für jede existierende Wechselwirkung eine zugehörige verallgemeinerte Ladung  $\Xi$ , die relevant wird, sobald die zu dieser Wechselwirkung gehörende Feldstärke am Ort des Objektes nicht verschwindet. Dann erzeugt diese Wechselwirkung eine Beschleunigung des Objektes, die in der Mehrzahl der Fälle der Gl. 3.554 gehorcht. Eine Abweichung

von der Proportionalität zwischen der Beschleunigung  $\vec{b}_j$  und der Größe  $M_j^{-1}$  konnte bis heute noch in keinem Experiment festgestellt werden. Die Proportionalität zwischen  $\vec{b}_j$  und der jeweiligen verallgemeinerten Ladung  $\Xi_j$  ist dagegen nicht in jedem Fall gegeben. Sie gilt offenbar für die Gravitation (Kapitel 3.2.10), die elektrostatische (Kapitel 4.3.2) und die magnetostatische (Kapitel 5.1.2) Wechselwirkung. Für die sog. *starke Wechselwirkung*, die zwischen den als *Quarks* bezeichneten Grundbausteinen der Elementarteilchen wirkt (Abschnitt 10.1.3), gilt diese Proportionalität dagegen **nicht**.

Wir wollen uns im Folgenden auf einen besonderen Typ von Wechselwirkungen zwischen Körpern beschränken, den ich als *symmetrisch* bezeichnen möchte. Darunter verstehe ich eine Wechselwirkung zwischen zwei (oder mehreren) Körpern, bei der die beteiligten Körper bzgl. dieser Wechselwirkung als gleichwertig anzusehen sind. D.h. die Wechselwirkung, die der eine Körper spürt, ist das Ergebnis der Fähigkeit der anderen Körper, eben diese Wechselwirkung zu erzeugen und umgekehrt. Überdies setzen wir voraus, dass die jeweils betrachtete Wechselwirkung eines Körpers ausschließlich und vollständig durch seine zu dieser Wechselwirkung gehörende verallgemeinerte Ladung  $\Xi$  vorgegeben ist, egal ob er gerade als das im Feld der anderen Körper befindliche Objekt betrachtet wird, oder ob sein Beitrag zur Wechselwirkung auf die übrigen Objekte diskutiert wird. O.B.d.A. werden wir die weitere Diskussion zur Vereinfachung der Schreibweise und der verbalen Argumentation auf ein System von lediglich 2 Körpern beschränken. Der Übergang zum sog. N-Körperproblem ist danach in seiner logischen Struktur offensichtlich. In der oben gewählten Sprechweise befindet sich der Körper (1) in dem Feld, das von dem Körper (2) erzeugt wurde, und umgekehrt der Körper (2) in dem vom Körper (1) erzeugten Feld. Wegen der geforderten Symmetrie der Wechselwirkung muss dann die Gl. 3.554 die Ladung **beider** Körper als multiplikative Faktoren enthalten, und als weiterer multiplikativer Term kann nur noch eine reine Abstandsfunktion verbleiben, die keine objektspezifischen Kenngrößen mehr enthält. Die Gl. 3.554 erhält also jetzt die Form

$$\vec{b}_1(\vec{r}_1) = \frac{\Xi_1}{M_1} \cdot \Xi_2 \cdot \vec{f}_2(\vec{r}_1; \vec{r}_2) \quad (3.557)$$

Entsprechend gilt für den Körper (2)

$$\vec{b}_2(\vec{r}_2) = \frac{\Xi_2}{M_2} \cdot \Xi_1 \cdot \vec{f}_1(\vec{r}_1; \vec{r}_2) \quad (3.558)$$

Außerdem müssen die Funktionen  $\vec{f}_2(\vec{r}_1; \vec{r}_2)$  und  $\vec{f}_1(\vec{r}_1; \vec{r}_2)$  durch Vertauschen der Variablen (bis auf das Vorzeichen) in einander übergehen,

$$\vec{f}_2(\vec{r}_1; \vec{r}_2) = -\vec{f}_1(\vec{r}_1; \vec{r}_2) \quad (3.559)$$

Wenn nämlich z.B. bei Verwendung eines Koordinatensystems, in dem der Körper (1) ruht, der Körper (2) durch die Wechselwirkung in Richtung des Körpers (1) beschleunigt wird, dann muss bei Verwendung eines Koordinatensystems, in dem der

Körper (2) ruht, der Körper (1) durch die Wechselwirkung in Richtung des Körpers (2) beschleunigt werden. Zur Vereinfachung der Schreibweise beschränken wir die weitere Diskussion auf die Beschleunigung, die der Körper (1) durch den Körper (2) erfährt. Das Feld  $\vec{\mathcal{E}}_2(\vec{r})$ , das der Körper (1) spürt, wenn er sich am Ort  $\vec{r}$  befindet, beträgt dann

$$\vec{\mathcal{E}}_2(\vec{r}) = \Xi_2 \cdot \vec{f}_2(\vec{r}; \vec{r}_2) \quad (3.560)$$

Es liegt nun nahe zu fordern, dass

$$f_2(\vec{r}; \vec{r}_2) = f_2(|\vec{r} - \vec{r}_2|) \cdot \frac{\vec{r} - \vec{r}_2}{|\vec{r} - \vec{r}_2|} \quad (3.561)$$

D.h. die Beschleunigung wirkt immer in der Verbindungslinie zwischen den beiden Körpern (1) und (2). Dieser Ansatz entspricht aber dem bereits im Absatz *Gewöhnliche Differenzial-Operatoren* (S. 183) behandelten Fall eines *zentralsymmetrischen, radial orientierten Vektorfeldes*. Daher ist das Feld  $\vec{\mathcal{E}}_2(\vec{r})$  konservativ (s. Satz 85), und es besitzt ein skalares Potenzial  $\varphi_2(\vec{r} - \vec{r}_2)$ , das ebenfalls zentralsymmetrisch ist, also nur noch vom Betrag des Vektors  $\vec{r} - \vec{r}_2$  abhängt,

$$\varphi_2(\vec{r} - \vec{r}_2) = \varphi_2(|\vec{r} - \vec{r}_2|) \quad (3.562)$$

Wir fordern nun zusätzlich, dass diese Funktion  $\varphi_2(|\vec{r} - \vec{r}_2|)$  zumindest bei Annäherung an den Punkt  $|\vec{r} - \vec{r}_2| \rightarrow \infty$  *analytisch* im Sinne der Funktionentheorie (Abschnitt 4.1.2) ist. Dann aber lässt sie sich in einer *Umgebung* um diesen Punkt in eine Laurent-Reihe (s. Satz 129) entwickeln,

$$\varphi_2(|\vec{r} - \vec{r}_2|) = \Xi_2 \cdot \sum_{k=1}^n a_k \cdot |\vec{r} - \vec{r}_2|^k + \Xi_2 \cdot \sum_{l=1}^m \frac{a_l}{|\vec{r} - \vec{r}_2|^l} \quad (3.563)$$

Wenn wir aber zusätzlich fordern, dass die wechselwirkungsbedingten Beschleunigungen der Körper verschwinden, sobald der Abstand zwischen diesen beiden Körpern gegen  $\infty$  geht,

$$|\vec{r} - \vec{r}_2| \rightarrow \infty \Rightarrow |\nabla \varphi_2(|\vec{r} - \vec{r}_2|)| \rightarrow 0 \quad (3.564)$$

dann müssen sämtliche Koeffizienten  $a_k$  verschwinden. In der sog. *Fernfeldnäherung* erzeugt also jede der von uns betrachteten symmetrischen Wechselwirkungen ein Wechselwirkungspotenzial

$$\varphi_2(|\vec{r} - \vec{r}_2|) = \Xi_2 \cdot \sum_{l=1}^m \frac{a_l}{|\vec{r} - \vec{r}_2|^l} \quad (3.565)$$

Der einfachste real auftretende Fall ist nun der, bei dem alle Terme bis auf den mit  $l = 1$  verschwinden,

$$\varphi_2(|\vec{r} - \vec{r}_2|) = \Xi_2 \cdot \frac{a_1}{|\vec{r} - \vec{r}_2|} \quad (3.566)$$

Dieses entspricht gleichzeitig dem Fall einer Wechselwirkung mit der größten möglichen Reichweite, wenn wir unter der Reichweite denjenigen Abstand verstehen wollen, in dem die Feldstärke auf einen bestimmten Bruchteil ihres Referenzwertes abgenommen hat. Ich weise noch einmal explizit darauf hin, dass die Gl. 3.566 nur eine Näherung für hinreichend große Werte von  $|\vec{r} - \vec{r}_2|$  ist und auch nur sein kann, zumindest solange wir den Körper (2) als punktförmig annehmen, da der Ausdruck für  $|\vec{r} - \vec{r}_2| \rightarrow 0$  divergiert. Uns fehlt an dieser Stelle jedoch noch das Vergleichskriterium, d.h. die Referenzlänge  $r_0$  für die Vervollständigung der Gl. 3.566 in der Form

$$\varphi_2(|\vec{r} - \vec{r}_2|) = \Xi_2 \cdot \frac{a_1}{|\vec{r} - \vec{r}_2|} \quad \forall |\vec{r} - \vec{r}_2| > r_0 \quad (3.567)$$

Wie wir später sehen werden (s. z.B. Abschnitt 3.2.10), ist in den meisten Fällen  $r_0$  mit der realen Ausdehnung des Körpers (2) identisch.

Die in der Gl. 3.557 vorausgesetzte Linearität der Feldstärke bzgl. der erzeugenden Ladung  $\Xi_2$  impliziert andererseits unmittelbar, dass bei der Existenz weiterer Ladungen  $\Xi_i$  sich deren Wechselwirkungen linear überlagern, dass sich also jeweils lokal die einzelnen Feldstärken  $\vec{\mathcal{E}}_i$  addieren,

$$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^n \vec{\mathcal{E}}_i(\vec{r}) \quad (3.568)$$

Sofern dann für jede dieser Feldstärken  $\vec{\mathcal{E}}_i$  die Bedingung der Konservativität (Gl. 3.432) erfüllt ist, addieren sich auch die jeweiligen Potenziale,

$$\varphi(\vec{r}) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\vec{r}) \quad (3.569)$$

wobei ggffs. für jedes einzelne Potenzial die Gl. 3.566 gilt.

Wir haben also nun als Ursache der Beschleunigung, die ein am Ort  $\vec{r}$  befindlicher Körper (1) erfährt, die Wechselwirkung dieses Körpers mit mindestens einem weiteren Körper (2) erkannt, der sich in einer gewissen Entfernung  $|\vec{r} - \vec{r}_2|$  von (1) aufhält. Der Körper (2) übt also eine *Fernwirkung* auf den Körper (1) aus. Im Fall einer symmetrischen Wechselwirkung hängt diese Beschleunigung außer von den Kenngrößen  $\Xi_1$  und  $M_1$  des Körpers (1) auch von der Kenngröße  $\Xi_2$  des Körpers (2) ab und von der Entfernung  $(\vec{r} - \vec{r}_2)$ . Diese Fernwirkungseigenschaft ist in der von uns in der Gl. 3.554 gewählten Formulierung oder in der Gl. 3.566 nicht mehr direkt erkennbar. Denn jetzt ist die am Ort  $\vec{r}$  auftretende Beschleunigung durch die an demselben Ort herrschende Feldstärke  $\vec{\mathcal{E}}_2(\vec{r})$  bestimmt.

Die Existenz einer derartigen Fernwirkung wirft nun sehr fundamentale Fragen auf, sobald wir zulassen, dass sich die Wechselwirkung zeitlich verändert, z.B. durch eine Verschiebung des Körpers (2) relativ zu (1):

- Ändert sich diese Fernwirkung *spontan*? Kann man also z.B. eine zur Zeit  $t^*$  erfolgte Verschiebung des Körpers (2) bereits zur selben Zeit  $t^*$  am Ort  $\vec{r}$  als veränderte Beschleunigung des Körpers (1) feststellen ?
- Falls diese Fernwirkung nicht spontan erfolgt, welches ist dann die Ausbreitungsgeschwindigkeit derartiger Veränderungen? Und von welcher Art sind die Boten, die diese Veränderungsinformation übermitteln ?

Das in diesem Abschnitt eingeführte Konzept der physikalischen Feldstärke  $\vec{\mathcal{E}}_2(\vec{r})$  löst diese Problematik nur vordergründig. Die oben aufgeworfenen Fragen verbergen sich nämlich nun hinter den Fragen:

- Ändert sich  $\vec{\mathcal{E}}_2(\vec{r})$  spontan, wenn sich der Körper (2) verschiebt oder wenn seine wechselwirkungsrelevante Kenngröße  $\Xi_2$  sich verändert, oder teilt sich diese Veränderung erst mit einer gewissen Verzögerung dem Ort  $\vec{r}$  mit? Oder, anders ausgedrückt:
- Ist das Feld  $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r})$  nur eine Hilfskonstruktion oder hat es physikalische Realität?

Auf einige dieser Fragen werden wir erst durch die *Quantenfeldtheorie* (Kapitel 7.14) logisch konsistente Antworten erhalten. Die Frage nach der Existenz einer endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit von Feldänderungen lässt sich jedoch unmittelbar durch geeignet konzipierte Experimente klären: Hierzu wird z.B. die felderzeugende Größe an einem Ausgangsort sprunghaft verändert und dafür gesorgt, dass sich diese Veränderung entlang eines Weges der Umgebung mitteilt, der schließlich an den Ausgangsort zurückkehrt. Sodann wird die Zeit gemessen, die vergeht, bis dieses Echosignal am Ausgangsort wieder angekommen ist. Da die Länge des zurückgelegten Weges bekannt ist, kann auf diese Weise die Ausbreitungsgeschwindigkeit dieser Feldänderungen gemessen werden. Nun ist aber im Falle der elektromagnetischen Wechselwirkung die Ausbreitung der Veränderungsinformationen nichts anderes als die Ausbreitung von elektromagnetischer Strahlung (s. Abschnitt 6.2.3), also z.B. von Licht. Historisch gelang dieser Typ von Messungen erstmals bereits im Jahr 1676 dem dänischen Astronomen *Ole Rømer* (\* 1644 in Århus; † 1710 in Kopenhagen) und zwar durch eine genaue Vermessung der (von der Erde aus beobachteten) Verfinsterungen eines Jupitermondes (s. Abschnitt 3.5.4). Während der Jahre 1675/76 verfolgte er die jeweilige Dauer und insbesondere den genauen absoluten Zeitpunkt z.B. des Beginns einer jeden Verfinsterung und stellte fest, dass diese nicht äquidistant sind, sondern im Laufe eines Erdjahres einen systematischen Gang aufweisen (s. auch Aufgabe 18). Dieses Ergebnis zeigte bereits, dass die Lichtgeschwindigkeit wohl extrem hoch, aber endlich ist. Aus den Messdaten und den damals bereits bekannten (s. Aufgabe 20) Bahndaten der Erde konnte er bereits einen Zahlenwert für die Lichtgeschwindigkeit errechnen und erhielt ein Ergebnis nahe dem Wert  $3 \cdot 10^8 \cdot \frac{m}{s}$ .

Spätere genauere nach anderen Konzepten durchgeführte Messungen zeigten, dass diese Geschwindigkeit im Vakuum

$$c_0 = 2,998 \cdot 10^8 \cdot \frac{m}{s} \quad (3.570)$$

beträgt. Findet die Lichtausbreitung in einem materie-erfüllten Medium statt, ändert sie ihren Wert geringfügig mit der Geschwindigkeit der Feldänderungen (d.h. mit ihrer typischen Frequenz) und signifikant mit den elektrischen und magnetischen Kenn-  
daten des Materials, in dem diese Ausbreitung stattfindet. Sie überschreitet aber niemals den für das Vakuum geltenden Wert (zur Präzisierung dieser Aussage s. Abschnitt 6.2.3). Wie wir noch des öfteren und eingehend diskutieren werden (s. insbesondere Abschnitt 3.2.8), ist dieser Wert gleichzeitig ein oberer Grenzwert für jede Art von Informationstransport. Damit ist offensichtlich, dass die oben gestellte Frage nach der physikalischen Realität der Feldstärke  $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r})$  mit *ja* zu beantworten ist. Jede am Ort  $\vec{r}_2$  auftretende Veränderung der felderzeugenden Größen wirkt sich am Ort  $\vec{r}$  frühestens nach einer Zeit  $\Delta t$  aus, für die gilt

$$\Delta t \geq \frac{|\vec{r} - \vec{r}_2|}{c_0} \quad (3.571)$$

Diese Aussage ist unabhängig von der Art der betrachteten Wechselwirkung.