

Heft 6

ELEKTRODYNAMIK - MAXWELLS LEBENSWERK (-)

In diesem Heft wenden wir uns denjenigen elektrischen und magnetischen Effekten zu, die in den beiden vorangehenden Heften außer Acht gelassen wurden, denen nämlich, die aus einer *ausreichend starken* zeitlichen Veränderung der elektrischen und/oder magnetischen Feldgrößen resultieren. Auf die Frage, was diese Formulierung *ausreichend stark* genau bedeutet, werden wir am Ende dieses Heftes zurückkommen. Wir werden erkennen, dass diese aus zeitlichen Änderungen resultierenden Effekte die elektrischen und magnetischen Phänomene eng miteinander verzahnen. Ergebnis dieser Überlegungen wird daher eine einheitliche Theorie der elektrischen und der magnetischen Effekte sein. Sie hätte auch *Elektromagnetodynamik* heißen können, hat aber - fast etwas missverständlich - den Namen *Elektrodynamik* erhalten.

Der entscheidende Durchbruch zu dieser Theorie gelang Maxwell in den Jahren 1861-1864, nachdem vorher die Einzelphänomene der *elektromagnetischen Induktion* und der von stationären elektrischen Strömen erzeugten magnetischen Felder entdeckt worden waren. Als faszinierend an dieser nun bereits fast 200 Jahre alten Theorie sehe ich auch an, dass sie bis heute nahezu ohne Einschränkung Bestand hat und z.B. bei der Einführung der Quantenmechanik in das Gebäude der Physik nicht überarbeitet werden musste. Lediglich einige sehr aktuelle Detailfragen der Quantenelektrodynamik (XXX: präzisieren) lassen vermuten, dass sie wohl doch noch einer gewissen Anpassung an aktuelle und zukünftige Erkenntnisse bedarf.

6.1 Die Verknüpfung von elektrischen und magnetischen Effekten (*)

Wie bereits angedeutet, werden elektrische und magnetische Feldgrößen miteinander verknüpft, sobald signifikante zeitliche Änderungen dieser Feldgrößen auftreten. Wie schon an vielen anderen Stellen in diesem Buch werde ich bei der Entwicklung der dazu gehörenden Theorie so vorgehen, dass ich zunächst die entscheidenden Experimente und deren Ergebnisse skizziere. Daraus werde ich sodann mit Hilfe von möglichst wenigen zusätzlichen Annahmen die gesuchten Grundgleichungen der Elektrodynamik entwickeln.

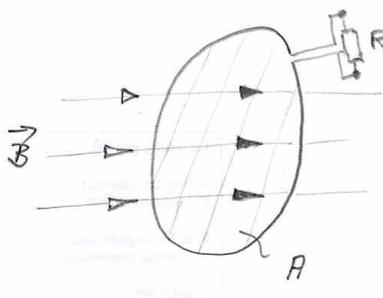


Abb. 1 Geometrische Struktur einer idealen Leiterschleife in einem Magnetfeld

6.1.1 Die magnetische Erzeugung elektrischer Felder (*)

Das zentrale experimentelle Ergebnis der mit der zeitlichen Änderung eines magnetischen Feldes verknüpften Effekte ist die 1831 unabhängig voneinander und nahezu gleichzeitig von Faraday und von dem amerikanischen Physiker *Joseph Henry* (* 1797 in Albany/USA; † 1878 in Washington/DC) entdeckte *elektromagnetische Induktion*: An einer geometrisch geschlossenen Leiterschleife, die an einer Stelle mit einem elektrischen Widerstand endlicher Größe* abgeschlossen ist (s. Abb. 1), wird an diesem Widerstand eine elektrische Spannung U gemessen, sobald sich der magnetische Fluss Φ ändert, der durch die vom Leiter umschlossene Fläche A hindurchdringt. Diese Spannung beträgt

$$U = -\frac{\partial \Phi_A}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_A \vec{B}(\vec{r}) * d\vec{A} \right) \quad (6.1)$$

Die Flussänderung kann daraus resultieren, dass sich innerhalb der von dem Integral erfassten Fläche A

- die Funktion $\vec{B}(\vec{r})$ ändert, oder
- dass sich die Fläche \vec{A} verändert, oder auch (nur)
- der Winkel zwischen $\vec{B}(\vec{r})$ und $d\vec{A}$.

In jedem dieser Fälle wird in dem Leiter eine elektrische Spannung induziert und es gilt die Gl. 6.1. Insbesondere der 1. und 3. dieser Fälle hat viele wichtige technische Anwendungen gefunden, s. Kapitel 6.4. Das negative Vorzeichen in der Gl. 6.1 ist wie folgt zu interpretieren: Erfolgt die Flussänderung in der positiven Richtung von \vec{A} , und wird der Umlaufsinn der Leiterschleife in der mathematisch positiven Richtung gezählt, so ergibt sich eine negative Spannung

$$U_{1,2} = U_2 - U_1 < 0 \quad (6.2)$$

*Mit *endlich groß* ist an dieser Stelle gemeint, dass dieser Widerstand groß ist gegen den elektrischen Widerstand der restlichen Leiterschleife.

Nun gilt aber für die zwischen 2 Punkten 1 und 2 eines elektrischen Feldes $\vec{E}(\vec{r})$ auftretende elektrische Spannung $U_{1,2}$ (s. Gl. 3.437)

$$U_{1,2} = \int_1^2 \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}) * \vec{ds} \quad (6.3)$$

Da bei der idealen Leiterschleife die beiden Punkte 1 und 2 beliebig nahe beieinander liegen, erhalten wir schließlich die Beziehung

$$\oint_{Rd(A)} \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}) * \vec{ds} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_A \vec{B}(\vec{r}) * d\vec{A} \right) \quad (6.4)$$

Von der allgemeinen Gültigkeit dieser Beziehung für beliebig geformte Leiterschleifen kann man sich durch entsprechende Experimente überzeugen.

6.1.2 Die elektrische Erzeugung magnetischer Felder (-)

Im vorangegangenen Abschnitt haben wir die *magnetische Induktion* behandelt, also die Erzeugung elektrischer Felder durch sich zeitlich ändernde magnetische Felder. Wir werden uns nun dem komplementären Vorgang zuwenden, nämlich der Erzeugung magnetischer Felder durch sich zeitlich ändernde elektrische Felder, also durch zeitliche Veränderungen von elektrischen Ladungsverteilungen. Konsequenterweise hätte man dieses Phänomen *elektrische Induktion* nennen können, oder, wenn eine Verwechslung mit dem im Abschnitt 4.7.1 beschriebenen Effekt der elektrostatischen Induktion vermieden werden soll, besser noch *elektrodynamische Induktion*. Beide Formulierungen sind jedoch völlig ungebräuchlich, vielmehr hat sich überhaupt kein einheitlicher Begriff zur Kennzeichnung dieses Effektes durchsetzen können.

Wie entsprechende Experimente zeigen, erzeugt **jede** Form von bewegter Ladung ein magnetisches Feld, auch ein **stationärer** elektrischer Kreisstrom, der ja insgesamt gar keine Veränderung der räumlichen elektrischen Ladungsverteilung bewirkt. Dieses Faktum, dass also jeder von einem elektrischen Strom durchflossene Draht von einem Magnetfeld umgeben ist, erkannte als erster der dänische Physiker *Hans Christian Ørsted* (* 1777 in Rudkøbing/Dänemark; † 1851 in Kopenhagen) im Jahr 1820, übrigens eher zufällig im Rahmen einer Vorlesung. Dieses Ergebnis wurde unmittelbar darauf von Ampère aufgegriffen und in eine mathematische Form gebracht. U.a. erkannte er, dass zwischen dem elektrischen Strom I , der in einem langen linear ausgestreckten Draht fließt, und der Feldstärke $\vec{H}(\vec{r})$ des von diesem Strom erzeugten kreissymmetrisch um den Draht verlaufenden Magnetfeldes (s. Abb. 2) die Beziehung

$$\vec{H}(\vec{r}) = c \cdot \frac{\vec{I} \times \vec{r}}{r^2} \Rightarrow \quad (6.5)$$

$$\left| \vec{H}(\vec{r}) \right| = H(\vec{r}) = c \cdot \frac{I}{r} \quad (6.6)$$

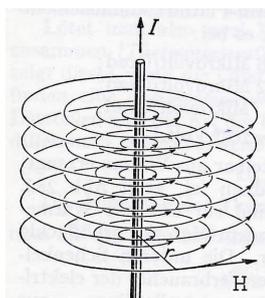


Abb. 2 Geometrische Struktur des von einem stromdurchflossenen Draht erzeugten Magnetfeldes

gilt. Die Operation \times ist das im Abschnitt 3.1.2 eingeführte *Kreuzprodukt* zweier Vektoren. Die Größe \vec{r} ist der 2-dimensionale Abstandsvektor des jeweiligen Aufpunktes, in dem das magnetische Feld betrachtet wird, von dem Draht. D.h. \vec{r} liegt immer in der Ebene senkrecht zum Draht. Noch in demselben Jahr 1820 gelang es den Physikern *Jean-Baptiste Biot* (* 1774 in Paris; † 1862 ebenda) und *Felix Savart* (* 1791 in Mézières; † 1841 in Paris), dieses Gesetz auf den Fall zu erweitern, dass der Draht, durch den der (weiterhin stationäre) Strom I fließt, beliebig geformt ist. Diese heute als *Biot-Savart-Gesetz* bekannte Beziehung lautet

$$\vec{H}(\vec{r}) = c \cdot I \cdot \int_C \frac{(\vec{r} - \vec{r}^*) \times d\vec{l}}{|\vec{r} - \vec{r}^*|^3} \quad (6.7)$$

C : die Kurvendarstellung des stromführenden Drahtes

$d\vec{l}$: Linienelement von C

\vec{r} : 3D-Ortsvektor des Punktes, für den \vec{H} berechnet wird

\vec{r}^* : 3D-Ortsvektor des Linienelementes $d\vec{l}$

c : eine noch zu bestimmende Konstante

Zum praktischen Umgang mit dieser Gleichung verweise ich auf die Aufgabe 1.

Wir betrachten nun eine einfach zusammenhängende, aber ansonsten beliebige Fläche \mathcal{A} , deren Rand $Rd(\mathcal{A})$ also eine geschlossene Kurve bildet. Diese Fläche sei derart orientiert und positioniert, dass der stromführende Draht durch sie hindurch geht. Sodann integrieren wir die Gl. 6.7 entlang dieser geschlossenen Kurve $Rd(\mathcal{A})$. Als Ergebnis einer etwas langwierigen Rechnung erhalten wir die Gl.

$$\oint_{Rd(\mathcal{A})} \vec{H} * d\vec{s} = I \cdot |\mathcal{A}| \cdot \cos(C, \mathcal{A}) \quad (6.8)$$

Mit der Abkürzung (C, \mathcal{A}) ist in der Gl. 6.8 der Winkel gemeint, den der stromführende Draht (dessen Verlauf durch die Kurve C bezeichnet wird) und die Flächennormale von \mathcal{A} an der Stelle des Durchstoßes von C durch \mathcal{A} bilden. Dieses Integral

ist also nur noch eine Funktion des Stromes I und seiner Orientierung an diesem Durchstoßpunkt, während die Orientierung des Drahtes im übrigen Teil der Welt für dieses Integral ohne Belang ist. Der mathematische Beweis gelingt auch in der umgekehrten Richtung, d.h. die beiden Beziehungen 6.7 und 6.8 sind einander äquivalent. Aus dem Superpositionsprinzip folgt nun unmittelbar, dass die Gl. 6.8 auch gültig bleibt, wenn mehrere stromführende Drähte durch diese Fläche \mathcal{A} hindurch treten, s. Abb. 3, bzw. wenn im noch allgemeineren Fall eine beliebige kontinuierlich

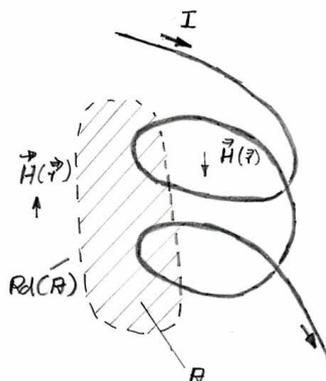


Abb. 3 Skizze zur Erläuterung des Durchflutungsgesetzes:
Stromdurchflossener Draht und das von ihm erzeugte Magnetfeld

Stromdichteverteilung $\vec{j}(\vec{r})$ vorliegt. Die verallgemeinerte Formulierung der Gl. 6.8 lautet in diesem Fall[†]

$$\oint_{Rd(\mathcal{A})} \vec{H} * \vec{ds} = \int_{\mathcal{A}} \vec{j}(\vec{r}) * \vec{dA} \quad (6.9)$$

Es gilt weiterhin die Aussage, dass für den Wert des Integrals $\oint_{Rd(\mathcal{A})} \vec{H} * \vec{ds}$ nur die Stromverteilung innerhalb der betrachteten Fläche \mathcal{A} relevant ist. Die Gl. 6.9 wird häufig als *Durchflutungsgesetz* bezeichnet. Sie ist oft die Grundlage für die konkrete Berechnung der in technischen Baueinheiten auftretenden magnetischen Feldstärken, s. Kapitel 6.4(XXX: präzisieren) sowie Aufgabe 3.

Wir wenden uns nun der Erzeugung magnetischer Felder durch die zeitliche Änderung elektrischer Felder zu, also dem Effekt

$$\vec{H} = f\left(\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}\right) \quad (6.10)$$

und betrachten hierzu ein Experiment gem. Abb. 4: Ein Plattenkondensator mit 2

[†]Zur Erleichterung des Verständnisses sei angemerkt: Der (beliebig kompliziert gekrümmten) Fläche \mathcal{A} kann i.a. kein Vektor zugeordnet werden, wohl aber jedem Flächenelement \vec{dA} innerhalb dieser Fläche.

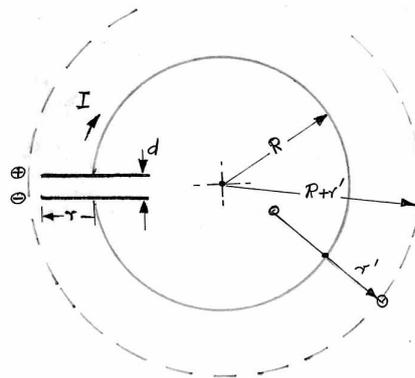


Abb. 4 Messung des von einer Änderung des elektrischen Feldes erzeugten Magnetfeldes

kreisförmigen Flächen

$$A = 2 \cdot \pi \cdot r \quad (6.11)$$

im Abstand d sei auf eine Spannung U aufgeladen. Danach werden die Platten durch einen elektrisch leitenden Draht verbunden, der z.B. in Form eines Kreises mit einem Radius $R \gg r$ gebogen ist und einen ausreichend großen elektrischen Widerstand besitzt, um zusammen mit der Kapazität des Kondensators eine Entladezeit zu ergeben, deren Dauer für eine reale Ausführung der nachfolgend geschilderten Messungen ausreicht. Entlang eines Kreisringes um den Draht vom Radius $r' \geq r$ und weit ab vom Kondensator gilt für das magnetische Feld gem. Gl. 6.8

$$H \cdot 2 \cdot \pi \cdot r' = I \quad (6.12)$$

Im Inneren des Kondensators herrscht ein elektrisches Feld (Gl. 4.164)

$$\mathcal{E} = \frac{U}{d} \quad (6.13)$$

und der Zusammenhang zwischen der im Kondensator gespeicherten Ladung Q und der anliegenden Spannung U beträgt (Gl. 4.206)

$$Q = C \cdot U = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \cdot U \quad (6.14)$$

Der Einfachheit halber haben wir bei diesem Gedankenexperiment vorausgesetzt, dass das von den Kondensatorplatten eingeschlossene Volumen keine Materie enthält. Also folgt

$$I = \frac{dQ}{dt} = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \cdot \frac{\partial U}{\partial t} = \varepsilon_0 \cdot A \cdot \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} \quad (6.15)$$

Diese Gl. beschreibt den Zusammenhang zwischen dem in diesem Experiment zu einer bestimmten Zeit t in dem Draht fließenden Strom I und der im Kondensator

auftretenden Feldänderung $\frac{\partial \vec{\mathcal{E}}}{\partial t}$. Wir bestimmen die Größe

$$\int_{\vec{A}} \frac{\partial \vec{\mathcal{E}}}{\partial t} * \vec{dA} \quad (6.16)$$

und zwar integriert über eine durch den Kondensator hindurchgehende und parallel zu den Kondensatorplatten orientierte Kreisfläche mit einem Radius $r' \geq r$

$$\int_{\vec{A}} \frac{\partial \vec{\mathcal{E}}}{\partial t} * \vec{dA} = \int_{r^*=0}^{r'} 2 \cdot \pi \cdot r^* \cdot \frac{I}{\varepsilon_0 \cdot A} \cdot dr^* = \pi \cdot (r')^2 \cdot \frac{I}{\varepsilon_0 \cdot A} = \frac{I}{\varepsilon_0} \quad (6.17)$$

Im Anschluss an diese theoretische Vorbereitung messen wir nun die magnetische Feldstärke \vec{H} entlang eines Kreisringes um das Zentrum der skizzierten Anordnung mit dem Radius $R + r'$, wie er in der Abb. 4 eingezeichnet ist und stellen fest:

- Die Feldstärke ist überall genau senkrecht zur Richtung dieses Kreisringes orientiert.
- Sie hat überall denselben Wert

$$H = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r'} \quad (6.18)$$

- Auch im Bereich, der dem Kondensator am nächsten ist, ergibt sich exakt derselbe Wert; dies gilt auch, wenn $r' \gtrsim r$, wenn also die Messung in unmittelbarer Nähe des Kondensators erfolgt.

Dieses experimentelle Ergebnis wird unmittelbar einsichtig, wenn wir bzgl. der Erzeugung eines Magnetfeldes die beiden Größen \vec{j} und $\varepsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{\mathcal{E}}}{\partial t}$ als gleichwertig ansehen. Dann nämlich lautet das vervollständigte Durchflutungsgesetz

$$\oint_{Rd(\mathcal{A})} \vec{H} * \vec{ds} = \int_{\mathcal{A}} \left(\vec{j} + \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{\mathcal{E}}}{\partial t} \right) * \vec{dA} \quad (6.19)$$

und gilt in dieser Form für beliebige experimentelle Anordnungen. In unserem in der Abb. 4 dargestellten Aufbau gilt außerhalb des elektrisch leitenden Drahtes $\vec{j} = 0$ und außerhalb des Kondensators $\frac{\partial \vec{\mathcal{E}}}{\partial t} = 0$.

Ich werde nicht versuchen, die Beziehung 6.19 zu *beweisen*, d.h. sie auf als noch elementarer anzusehende Beziehungen zurückzuführen. Vielmehr sehen wir ihre Gültigkeit durch die entsprechenden Experimente als gegeben an und benutzen sie - wie bereits erläutert - umgekehrt als eines der Ausgangsfakten für die Entwicklung der Grundgleichungen der Elektrodynamik.

Wir haben also nun als eine Ursache für das Auftreten magnetischer Felder die elektrischen Ströme $\vec{j}(\vec{r})$ identifiziert. Da diese (unter Einbeziehung der diese Ströme anwerfenden Stromquellen) immer in sich geschlossen sind, spricht man in diesem Zusammenhang häufig von den *elektrischen Kreisströmen* als den Quellen magnetischer Felder. Auch der 2. Typ von Quellen magnetischer Felder, die zeitlichen Änderungen $\frac{\partial \vec{\mathcal{E}}(\vec{r})}{\partial t}$ elektrischer Felder, ist immer die Folge von Ladungsbewegungen, also ebenfalls von elektrischen Strömen. Es war nun lange Zeit umstritten, ob dies die **einzigsten** möglichen Quellen magnetischer Felder sind, oder ob diese auch noch auf andere Weise erzeugt werden können. Diese Frage wurde insbesondere bzgl. der magnetisierbaren Festkörper, speziell der Ferromagnete gestellt: Müssen als primäre Ursache der von derartigen Festkörperproben erzeugten magnetischen Felder ebenfalls elektrische Kreisströme angenommen werden, die dann offenbar verlustfrei und stationär fließen? Diese Frage wurde insbesondere durch die von Einstein und dem niederländischen Physiker und Mathematiker *Wander Johannes de Haas* (* 1878 in Lisse b. Leiden (NL); † 1960 in Bilthoven) 1915 durchgeführten Experimente ([1]) mit dem Ergebnis "ja" beantwortet. Ich werde hierauf an anderer Stelle näher eingehen. (XXX: präzisieren)

6.1.3 Selbstinduktion / Induktivität (-)

Wir werden nun ein Experiment diskutieren, durch das die beiden in den voran gegangenen Abschnitten behandelten Effekte unmittelbar miteinander gekoppelt werden, und betrachten hierzu die Abb. 5. Sie zeigt eine Drahtschleife, die an eine

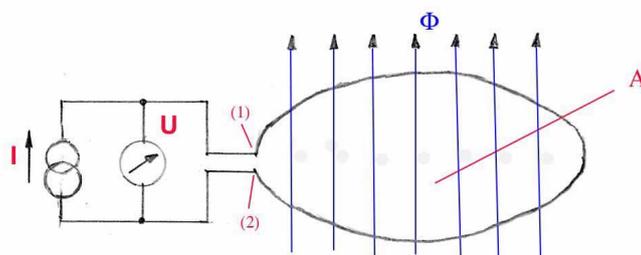


Abb. 5 Prinzipskizze zur experimentellen Bestimmung der Selbstinduktion

Stromquelle angeschlossen ist. Hierunter verstehen wir (s. Absatz S. 1827) ein elektronisches Gerät, das in dem an ihn angeschlossenen elektrischen Stromkreis einen bestimmten stationären elektrischen Strom *erzwingt* und zwar (innerhalb gewisser Grenzen) **unabhängig** von dem elektrischen Verhalten dieses Stromkreises, z.B. seinem elektrischen Widerstand (s. Abschnitt 14.2.1). Dieses elektrische Verhalten des Stromkreises bestimmt dann lediglich die elektrische Spannung, die sich hierbei an seinen beiden Enden einstellt.

Wie wir im Abschnitt 6.1.2 gelernt haben, erzeugt die gezeichnete Drahtschleife ein magnetisches Feld, sobald durch sie ein Strom I fließt. Sobald die genaue Geometrie dieser Anordnung bekannt ist, kann man dieses Feld $\vec{H}(\vec{r})$ mit Hilfe der Gl. 6.7 berechnen und damit z.B. auch den magnetischen Fluss Φ , der durch die von der Drahtschleife gebildete Fläche \vec{A} hindurchtritt. Dieser Fluss ist dem Strom I proportional,

$$\Phi_A = L \cdot I \quad (6.20)$$

Diese Konstante L hat die Dimension $\frac{\text{magn. Fluss}}{\text{Stromstärke}} = \frac{\text{elektr. Spannung} \cdot \text{Zeit}}{\text{Stromstärke}}$. Ihr Zahlenwert ergibt sich, wie bereits angedeutet, insbesondere aus der Geometrie der experimentellen Anordnung. Sobald sich nun der Strom zeitlich ändert, ändert sich auch der magnetische Fluss Φ_A ,

$$\frac{\partial \Phi_A}{\partial t} = L \cdot \frac{\partial I}{\partial t} \quad (6.21)$$

Aus dem Abschnitt 6.1.1 wissen wir aber, dass jede zeitliche Änderung des magnetischen Flusses durch eine Drahtschleife in dieser Schleife eine (zusätzliche) elektrische Spannung erzeugt (Gl. 6.1),

$$U_i = -\frac{\partial \Phi_A}{\partial t} = -L \cdot \frac{\partial I}{\partial t} \quad (6.22)$$

Derselbe Effekt tritt daher auch in der hier diskutierten Konfiguration auf. Wenn wir also, wie in der Abb. 5 angedeutet, sowohl den Strom I als auch die an der Schleife anliegende Spannung U registrieren, stellen wir folgendes fest: Bei konstantem Strom I hat die (Gesamt-)Spannung an der Drahtschleife nur einen kleinen, endlichen Wert, der sich aus dem Widerstand R des Drahtes ergibt,

$$U_0 = R \cdot I \quad (6.23)$$

Sobald sich jedoch der Wert des Stromes verändert, tritt zusätzlich eine Spannung U_i , die sich aus der Gl. 6.22 ergibt. Insgesamt beträgt daher die Spannung an der Drahtschleife

$$U = R \cdot I - L \cdot \frac{\partial I}{\partial t} \quad (6.24)$$

Dieser Effekt wird als *Selbstinduktion* bezeichnet und die Größe L als die (*Selbst*-)Induktivität der Anordnung. Die Induktivität eines Stromkreises kann durch eine geschickte Anordnung in weiten Grenzen verändert werden. Das durch die Gl. 6.22 wiedergegebene Verhalten spielt eine wichtige Rolle in der Elektronik, es kann erwünscht oder unerwünscht sein. Bauelemente mit vorgegebener Induktivität werden (etwas unspezifisch) ebenfalls als *Induktivität* bezeichnet, s. Abschnitt 14.2.2. Die Einheit

$$1 \cdot H = 1 \cdot \frac{V \cdot s}{A} \quad (6.25)$$

hat die Bezeichnung *Henry* erhalten, die als H abgekürzt wird.

6.1.4 Die Lorentz-Kraft (-)

Wir wenden uns nun den Effekten zu, die bei der **Bewegung** elektrischer Ladungen in einem Magnetfeld auftreten. Als erstes betrachten wir die in der Abb. 6 (a)

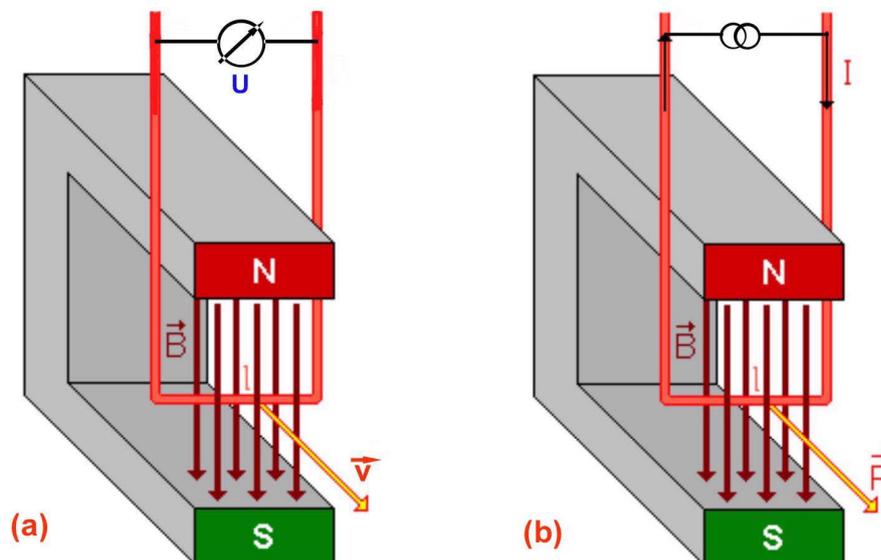


Abb. 6 (a) Induktion einer Spannung durch Bewegung eines Drahtes in einem Magnetfeld
 (b) Kraftwirkung auf einen in einem Magnetfeld bewegten stromdurchflossenen Draht
 (Quelle: diese Abb. basiert auf dem Bild Lorentzkraft-graphic-part2.png aus der freien Enzyklopädie Wikipedia und unterliegt der GNU-Lizenz für freie Dokumentation Version 1.2; der Autor ist Honina)

skizzierte experimentelle Anordnung: Ein elektrisch leitender Draht befindet sich in einem Magnetfeld. Die Drahtenden sind außerhalb des Magnetfeldes an ein Messgerät für elektrische Spannungen angeschlossen. Da keine (äußere) Spannungsquelle vorhanden ist, beträgt die elektrische Spannung zwischen den beiden Drahtenden (zunächst) Null. Sobald nun jedoch der Draht im einfachsten Fall senkrecht zur Richtung des Magnetfeldes bewegt wird, entsteht zwischen den beiden Drahtenden eine endliche elektrische Spannung. Durch entsprechende Serien von Experimenten erkennt man, dass für diese Spannung die Beziehung

$$U = l \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (6.26)$$

gilt. l ist dabei die Länge des Teils des bewegten Drahtes, der sich im Magnetfeld befindet. Diese Anordnung bildet also eine *Spannungsquelle*. Sobald wir nun diese Spannungsquelle an einen Verbraucher für elektrische Energie anschließen, sie z.B. mit einem Element verbinden, das einen wohl definierten, endlichen elektrischen Widerstand R besitzt, so fließt durch diesen Widerstand, und damit auch durch den Draht

im Magnetfeld, ein elektrischer Strom

$$J^{(Q)} = \frac{U}{R} \quad (6.27)$$

Hiermit ist aber ein Energiestrom (zur Kennzeichnung dieser verschiedenen Ströme s. Absatz S. 180)

$$J^{(E)} = U \cdot J^{(Q)} \quad (6.28)$$

verbunden, der in dem Widerstand in Wärme umgewandelt und an die Umgebung abgegeben wird. Es stellt sich nun die Frage nach der Herkunft dieses Energiestroms. Da sich der Wert des Magnetfeldes bei diesem Vorgang nicht ändert, kann dieser Energiestrom nur aus der mechanischen Bewegung resultieren: Wie auch das Experiment unmittelbar zeigt, muss für die Bewegung eine Kraft F aufgewendet werden. Deren Wert ergibt sich aus der Energiebilanz:

$$dE_{\text{mech}} = -\vec{F} * \vec{dx} = dE_{\text{elektr}} = U \cdot J^{(Q)} \cdot dt \quad (6.29)$$

Unsere experimentelle Anordnung stellt also ein System zur *Energie-Umwandlung* dar: Dem System wird Energie in Form von mechanischer Energie zugeführt und der gleiche Betrag in Form von elektrischer Energie wieder entzogen. Die generelle Problematik derartiger Prozesse werden wir im Heft 8 (*Thermodynamik*) im Abschnitt 8.1.3 (*Energie-Umwandlungen*) eingehend behandeln.

Offenbar entspricht die Anordnung des in einem Magnetfeld bewegten elektrisch leitenden Drahtes dem Konzept des *Dynamos*, des Generators für elektrischen Energiestrom. Hierzu bedarf es nur noch einer geeigneten Konstruktion, die eine kontinuierliche Relativbewegung von Draht und Magnetfeld sicher stellt, ohne dass der Draht das Magnetfeld verlässt. Ich werde hierauf im Kapitel 6.4 näher eingehen. Den ersten funktionsfähigen Dynamo konstruierte Faraday ca. 1823. Den ersten technisch anwendbaren Dynamo erfand Werner v. Siemens 1866.

Eine verwandte experimentelle Anordnung mit in gewissem Sinne spiegelbildlicher Wirkung skizziert die Abb. 6 (b): Wieder befindet sich ein elektrisch leitender Draht in einem Magnetfeld, es werden jedoch nun Ursache und Wirkung vertauscht: Mit Hilfe einer externen Stromquelle wird durch den Draht ein vorgegebener Strom I geschickt. Als Folge davon wirkt nun auf den Draht eine Kraft \vec{F} , die versucht, den Draht senkrecht zum Magnetfeld zu verschieben. Durch entsprechende Serien von Experimenten kann man zeigen, dass für diesen Vorgang die Beziehung

$$\vec{F} = \overrightarrow{(J^{(Q)} \cdot l)} \times \vec{B} \quad (6.30)$$

gilt. Der in der Gl. 6.30 auftretende Vektor $\overrightarrow{(I \cdot l)}$ ist wie folgt definiert:

$$\left| \overrightarrow{(J^{(Q)} \cdot l)} \right| = |J^{(Q)}| \cdot l \quad (6.31)$$

Die Richtung von $\overrightarrow{(I \cdot l)}$ verläuft in der Richtung des Drahtes und zwar in positiver Stromrichtung.

Diese experimentelle Anordnung ist offenbar ebenfalls ein System zur *Energie-Umwandlung*, nun jedoch zur Wandlung von elektrischer Energie in mechanische Energie. Denn durch eine geeignete konstruktive Ergänzung kann man diese Kraft an einem externen System mechanische Arbeit verrichten lassen. Es handelt sich also um das Basiskonzept eines *Elektromotors*. Den ersten technisch nutzbaren Elektromotor erfand 1834 der Physiker und Ingenieur *Moritz Hermann Jacobi* (*1801 in Potsdam † 1874 in St. Petersburg). Auch auf dieses für die technisch-Industrielle Entwicklung grundlegende Element werde ich im Kapitel 6.4 näher eingehen.

Wir werden nun daran gehen, diese experimentell bestimmten Beziehungen 6.26 und 6.30 mit einander zu verknüpfen und zu einer möglichst einfachen Beziehung zu vereinen. Hierzu betrachten wir das durch die Gl. 6.30 beschriebene Experiment aus mikroskopischer Sicht: Wir gehen davon aus, dass der elektrische Strom von beweglichen Teilchen bewirkt wird, die jedes die Ladung e tragen und im Draht (der Querschnittsfläche A) mit einer Volumenkonzentration n_e vorhanden sind. Dann ist deren mittlere Geschwindigkeit mit dem Gesamtstrom $J^{(Q)}$ über die Gl.

$$v_e = \frac{J^{(Q)}}{n_e \cdot e \cdot A} \quad (6.32)$$

verknüpft. Dividieren wir nun die Gl. 6.30 durch die Gesamtanzahl der in dem Drahtstück der Länge l enthaltenen beweglichen Teilchen, so erhalten wir die auf jedes dieser Teilchen wirkende Kraft,

$$\overrightarrow{F}_L = \frac{\overrightarrow{F}}{n_e \cdot A \cdot l} = e \cdot (\overrightarrow{v}_e \times \overrightarrow{B}) \quad (6.33)$$

Gem. dieser Gl. wirkt also auf jedes geladene Teilchen (zusätzlich zu der elektrostatischen Kraft gem. Gl. 4.161) eine weitere Kraft, sobald es sich relativ zum einem Magnetfeld bewegt. Diese Kraft bezeichnet man als die *Lorentzkraft*.

Diese mikroskopische Sichtweise wenden wir nun auch auf das durch die Gl. 6.26 beschriebene Experiment an: In dem leitenden Draht seien also wieder bewegliche Teilchen der Ladung e vorhanden. Sobald daher der Draht als ganzes mit der Geschwindigkeit v bewegt wird, wirkt auf jedes dieser Teilchen die Lorentzkraft (Gl. 6.33). Dadurch werden die Teilchen innerhalb des Drahtes in Richtung des durch die Richtung des \times -Produktes vorgegebenen Drahtendes beschleunigt. Dadurch konzentriert sich an diesem Ende eine Ladung Q von derselben Polarität wie e . Entsprechend entsteht am anderen Ende eine Zone mit einer Verarmung an den mit e geladenen Teilchen entsprechend einer Ladung $-Q$. Gem. Gl. 4.205 bildet sich daher innerhalb des Drahtes ein elektrisches Feld der Stärke

$$\mathcal{E} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad (6.34)$$

das auf die Teilchen eine elektrostatische Kraft ausübt von

$$F_{\text{est}} = \mathcal{E} \cdot e \quad (6.35)$$

Die elektrische Spannung zwischen den beiden Drahtenden beträgt

$$U = \mathcal{E} \cdot l \quad (6.36)$$

Im stationären Zustand muss nun gelten

$$F_{\text{est}} = F_L \Rightarrow \frac{e \cdot U}{l} = e \cdot (\vec{v}_e \times \vec{B}) \quad (6.37)$$

Diese Beziehung ist aber identisch mit der Gl. 6.26. Beide Effekte, die Erzeugung einer elektrischen Spannung durch Bewegen eines leitfähigen Drahtes in einem Magnetfeld und die Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter in einem Magnetfeld, beruhen auf demselben Basisphänomen, der Lorentzkraft.

6.1.5 Feldtheoretische Formulierung d. elektrodynamischen Gesetze (-)

In den vorausgegangenen Abschnitten haben wir die grundlegenden experimentellen Fakten der Elektrodynamik kennen gelernt und jeweils in eine mathematische Form gebracht, die unmittelbar aus diesen Fakten abstrahiert werden konnte. Wir werden nun diese Gleichungen benutzen, um daraus die *Maxwellschen Gleichungen* zu entwickeln, die allgemein als Ausgangspunkt der klassischen Elektrodynamik angesehen und verwendet werden. Im Gegensatz zu dieser von mir gewählten Art der Darstellung stellen viele Lehrbücher die Maxwellschen Gleichungen an den Anfang ihrer Darstellung der Elektrodynamik und benutzen sie wie Axiome, d.h. sie setzen ihre Gültigkeit als a priori gegeben und nicht beweisbar voraus.

Wir greifen als erstes das Gesetz über die elektromagnetische Induktion auf und zwar in der Form der Gl. 6.4 und nehmen an, dass diese Beziehung auch gültig bleibt, wenn überhaupt keine Leiterschleife in das von der magnetischen Induktion $\vec{B}(\vec{r})$ erfüllte Volumen eingebracht worden ist. D.h. alle real auftretenden elektrischen und magnetischen Felder $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}; t)$ und $\vec{B}(\vec{r}; t)$ sind nicht unabhängig voneinander, sondern derart miteinander gekoppelt, dass die Gl. 6.4 immer gültig ist,

$$\oint_{Rd(A)} \vec{E}(\vec{r}) * \vec{ds} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_A \vec{B}(\vec{r}) * d\vec{A} \right) \quad \forall t, A \quad (6.38)$$

Nun wandeln wir die linke Seite mit Hilfe des Stokesschen Satzes (Gl. 3.404) wie folgt um:

$$\oint_{Rd(A)} \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}) * \vec{ds} = \int_A \text{rot } \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}) * d\vec{A} \quad (6.39)$$

Mit dieser Umformung wird das Induktionsgesetz zu

$$\int_A \operatorname{rot} \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) * d\vec{A} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_A \vec{B}(\vec{r}, t) * d\vec{A} \right) \quad \forall t, A \quad (6.40)$$

Da diese Beziehung für jede beliebige Integrationsfläche \vec{A} gelten soll, folgt daraus

$$\operatorname{rot} \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(\vec{r}, t) \quad (6.41)$$

Dieses ist eine der gesuchten Feldgleichungen der Elektrodynamik. Sie verknüpft die räumliche Änderung des elektrischen Feldes mit der zeitlichen Änderung des magnetischen Feldes.

Als nächstes verwenden wir in ganz analoger Weise das Durchflutungsgesetz in seiner verallgemeinerten Form (Gl. 6.19) und setzen wieder voraus, dass es für beliebige physikalische Systeme und für beliebig ausgewählte Ebenenstücke \vec{A} gilt,

$$\oint_{Rd(A)} \vec{H}(\vec{r}, t) * d\vec{s} = \int_A \left(\vec{j}(\vec{r}, t) + \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t)}{\partial t} \right) * d\vec{A} \quad \forall t, A \quad (6.42)$$

Die linke Seite dieser Gl. formen wir wieder mit Hilfe des Stokesschen Satzes (Gl. 3.404) um,

$$\oint_{Rd(A)} \vec{H}(\vec{r}, t) * d\vec{s} = \int_A \operatorname{rot} \vec{H} * d\vec{A} \quad (6.43)$$

Da diese Beziehung

$$\int_A \operatorname{rot} \vec{H} * d\vec{A} = \int_A \left(\vec{j} + \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{\mathcal{E}}}{\partial t} \right) * d\vec{A} \quad (6.44)$$

ebenfalls für jede beliebige Fläche \vec{A} gültig sein soll, folgt hieraus

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{\mathcal{E}}}{\partial t} \quad (6.45)$$

Diese Gl. verknüpft die räumliche Änderung des Magnetfeldes mit der zeitlichen Änderung des elektrischen Feldes. Zusammen mit der bereits im Abschnitt 4.4.3 hergeleiteten Gl. 4.268 sowie der im Abschnitt 5.2.1 erhaltenen Gl. 5.41 haben wir somit folgenden Satz von Differenzialgleichungen für die elektromagnetischen Feld-

größen bestimmt:

$$\operatorname{div} \vec{D} = q \quad (6.46)$$

$$\operatorname{rot} \vec{\mathcal{E}} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (6.47)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (6.48)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (6.49)$$

Dieses sind die *Maxwellschen Gleichungen*. Sie bilden die Grundlage der klassischen Theorie des elektromagnetischen Feldes. Maxwell formulierte sie in den Jahren 1861-1864 ([2],[3]).

Es sei noch angemerkt, dass die Maxwellschen Gleichungen in dieser Formulierung, die auch der entspricht, die man in den meisten Lehrbüchern findet, logisch sauber den Definitionen der Größenpaare \mathcal{E} und D bzw. H und B angepasst sind: Die Gl. 6.46 verknüpft die **externen** Ladungen q , in der die in der Materie induzierten Ladungsverteilungen **nicht** enthalten sind, mit dem **externen** Feld D . Entsprechendes gilt für die weiteren Gleichungen. Da jedoch die Polarisierung quellenfrei ist, ist $\operatorname{div} \vec{\mathcal{E}}$ ebenfalls ausschließlich durch die externen Ladungen vorgegeben,

$$\operatorname{div} \vec{\mathcal{E}} = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad (6.50)$$

In einer (zur obigen äquivalenten) Formulierung, in der die Gl. 6.46 gegen die Gl. 6.50 ausgetauscht wird, wäre jedoch die primäre logische Struktur der Maxwellschen Gleichungen schlechter zu erkennen.

Mit Hilfe der Maxwellschen Gleichungen ist jetzt auch eine präzisere Definition des Grenzfalles der Elektrostatik (bzw. Magnetostatik) möglich:

1. Die zeitlichen Änderungen von \vec{D} und \vec{B} müssen so langsam erfolgen, dass die $\frac{\partial}{\partial t}$ -Terme in den Maxwell-Gleichungen vernachlässigt werden dürfen
2. Die räumlichen Abmessungen der betrachteten Ladungsverteilungen $q(\vec{r})$ und der Stromdichteverteilungen $\vec{j}(\vec{r})$ müssen so klein sein, dass bei den auftretenden langsamen Veränderungen die Laufzeiteffekte vernachlässigt werden dürfen.

Die Maxwellschen Gleichungen ermöglichen es uns auch, präzise zu formulieren, unter welchen Bedingungen ein physikalischer Vorgang als ein Ereignis gedeutet werden darf, das mit den Gesetzen der **Elektrostatik** bzw. der **Magnetostatik** beschrieben werden darf. Diese Bedingungen haben wir bisher nur sehr ungenau formuliert (XXX: Bezug nennen). Als Vorgänge, die mit ausreichender Genauigkeit mit Hilfe der

Gesetze der Elektrostatik beschrieben werden können, werden wir solche ansehen, für die gilt

$$\left| \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right| \ll XXX$$

(XXX: Der diese Beziehung erläuternde Text ist noch nicht verfügbar.)

Als Vorgänge, die mit ausreichender Genauigkeit mit Hilfe der Gesetze der Magnetostatik beschrieben werden können, werden wir solche ansehen, für die überall gilt

$$\left| \frac{\partial \vec{D}(\vec{r})}{\partial t} \right| \ll |j(\vec{r})|$$

(XXX: Der diese Beziehung im Detail erläuternde Text ist noch nicht verfügbar.)

Die Maxwellschen Gleichungen haben bis heute ihre Gültigkeit bewahrt und konnten ohne Veränderung in die Quantenmechanik integriert werden, vorzugsweise jedoch in einer modifizierten Form, die wir nun kennenlernen werden. Zu deren Herleitung bedienen wir uns der mathematischen Zusammenhänge, die wir im Abschnitt 3.1.13 behandelt haben. Die Gl. 6.48 besagt (s. Satz 92), dass das Vektorfeld $\vec{B}(\vec{r})$ mit Hilfe eines Vektorpotenzials $\vec{A}(\vec{r})$ dargestellt werden kann,

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \quad (6.51)$$

Dann erhält die Gl. 6.47 die Form

$$\text{rot } \vec{\mathcal{E}} = -\frac{\partial}{\partial t}(\text{rot } \vec{A}) = -\text{rot}\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) \quad (6.52)$$

Nun können sich aber 2 Vektorfelder mit identischer Rotation höchstens um einen additiven Term unterscheiden, der sich als Gradient eines skalaren Feldes darstellen lässt. Aus Gl. 6.52 folgt daher[‡]

$$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad}(U(\vec{r}, t)) \quad (6.53)$$

Das negative Vorzeichen vor dem 2. Term dieser Gl. ist wieder lediglich eine Frage der Konvention. Wir setzen dieses Ergebnis in die Gl. 6.46 ein und erhalten

$$q = \text{div } \vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \text{div } \vec{\mathcal{E}} = -\varepsilon_0 \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\text{div } \vec{A}) - \varepsilon_0 \cdot \Delta U \quad (6.54)$$

Als nächstes berechnen wir die linke Seite der Gl. 6.49 auf Basis des Vektorpotenzials \vec{A} :

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \text{rot } \vec{B} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \text{rot} (\text{rot } \vec{A}) \quad (6.55)$$

[‡]Zur Kennzeichnung dieses Skalarfeldes verwende ich von Anfang an den Buchstaben U , weil es sich zeigen wird, dass diese Größe mit dem elektrischen Potenzial identisch ist.

Hierüber erhält die Gl. 6.49 die Form

$$\begin{aligned} \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{A}) &= \mu_0 \cdot \left(\vec{j} + \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{\mathcal{E}}}{\partial t} \right) \\ &= \mu_0 \cdot \left(\vec{j} - \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{grad}(U(\vec{r}, t))) \right) \end{aligned} \quad (6.56)$$

Die beiden Gl. 6.54 und 6.56 stellen demnach zusammen mit der Definitionsgleichung für \vec{A} (Gl. 6.51) eine zu den oben formulierten Gl. 6.46 bis 6.49 äquivalente Formulierung der Maxwell'schen Gleichungen dar. Die Gl. 6.48 ist über die Definition von \vec{A} automatisch erfüllt.

Betrachtet man nun ausschließlich die elektrodynamischen Gesetzmäßigkeiten eines physikalischen Systems, also die Maxwell'schen Gleichungen, so ist in der mathematischen Beschreibung dieser Gesetzmäßigkeiten noch eine gewisse Freiheit verblieben: Die beobachtbaren elektrodynamischen Effekte, gekennzeichnet durch die Felder $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t)$ und $\vec{H}(\vec{r}, t)$ bleiben unverändert, wenn wir die Potentiale $U(\vec{r}, t)$ und $\vec{A}(\vec{r}, t)$ durch die Funktionen

$$\vec{A}^*(\vec{r}, t) = \vec{A}(\vec{r}, t) + \nabla \chi(\vec{r}, t) \quad ; \quad U(\vec{r}, t) = U(\vec{r}, t) - \frac{\partial}{\partial t} \chi(\vec{r}, t) \quad (6.57)$$

ersetzen. $\chi(\vec{r}, t)$ ist hierbei irgendeine beliebige Funktion. Dieser Vorgang wird in der Literatur als *Eich-Transformation* bezeichnet. Diese Aussage bedeutet aber nun keinesfalls, dass eine genauere Festlegung der Potentiale U und \vec{A} **grundsätzlich** nicht möglich wäre. Zu dieser Festlegung müssen jedoch weitere nicht ausschließlich elektrodynamische Zusammenhänge einbezogen werden. Bzgl. des Potentials U ist uns aber bereits aus dem Abschnitt 4.3.1 bekannt, dass $U(\vec{r}, t)$ identisch ist mit der Ableitung der Energiedichte an dieser Stelle nach der Ladungsdichte,

$$U(\vec{r}, t) = \frac{\partial e(\vec{r}, t, q; X)}{\partial q} \quad (6.58)$$

Die Variablenbezeichnung X benutzen wir als Stellvertreter für alle weiteren evtl. noch relevanten Variablen des Systems. Dem allgemeinen Konzept der Dynamik folgend (Kapitel 3.3) muss eine Darstellung gewählt werden, bei der diese Variablen alle extensiv sind! Eine Energiedichteänderung de kann nun aber durch nicht-elektrodynamische Methoden (z.B. zumindest grundsätzlich durch Messung der Massenänderung des Systems) als absoluter Zahlenwert gemessen werden. Damit liegt der Wert $U(\vec{r}, t)$ eines physikalischen Systems **absolut** fest. Diese die Gl. 6.54 und 6.56 ergänzende Nebenbedingung lässt sich in die Form

$$\nabla * \vec{A} + \varepsilon_0 \cdot \mu_0 \cdot \frac{\partial U}{\partial t} = 0 \quad (6.59)$$

bringen (XXX: Der diese Aussage beweisende Text ist noch nicht verfügbar). Sie wird in der Literatur als *Lorenz-Eichung* bezeichnet. Setzen wir diese in die Gl. 6.54 und 6.56 ein, so erhalten wir

$$\Delta U - \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0} \cdot q \quad (6.60)$$

$$\Delta \vec{A} - \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu_0 \cdot \vec{j} \quad (6.61)$$

In dieser Form werden wir die Maxwell'schen Gleichungen noch vielfach verwenden. Sie hat u.a. zu einer Separation der Variablen geführt: Das skalare Potenzial $U(\vec{r}, t)$ ist nur noch eine Funktion der Ladungsdichte $\rho(\vec{r}, t)$ und das Vektorpotential $A(\vec{r}, t)$ nur noch eine Funktion der Stromdichte $\vec{j}(\vec{r}, t)$. Auffällig an dieser Formulierung ist auch die weitgehende Symmetrie bzgl. der Orts- und der Zeitkoordinaten. Hierauf werde ich bei der Behandlung der relativistischen Elektrodynamik im nachfolgenden Abschnitt 6.1.6 genauer eingehen.

6.1.6 Relativistische Elektrodynamik (-/-)

Bisher haben wir elektrische Ladungen Q und elektrische Ströme J bzw. deren Dichten q und j wie zwei von einander unabhängige Größen behandelt. Wegen der allgemein geltenden Ladungserhaltung sind sie jedoch in Wirklichkeit über eine der Gl. 3.400 entsprechende Beziehung mit einander verknüpft,

$$\operatorname{div}(\vec{j}(\vec{r})) + \frac{\partial q(\vec{r})}{\partial t} = 0 \quad (6.62)$$

Ein weiterer bisher nicht beachteter Aspekt tritt in der Theorie der Elektrodynamik zu Tage, sobald wir berücksichtigen, dass wir jede Stromdichte in einer der Gl. 3.382 entsprechenden Form schreiben können:

$$\vec{j}(\vec{r}) = q_v(\vec{r}) \cdot \vec{v}(\vec{r}) \quad (6.63)$$

Die in dieser Gl. auftretende Größe $q_v(\vec{r})$ ist nicht in jedem Fall die Dichte **aller** im System **vorhandenen** elektrisch geladenen Teilchen, sondern nur die Dichte des Anteils dieser Teilchen, die sich an diesem mit der Geschwindigkeit $\vec{v}(\vec{r})$ fließenden Strom beteiligen. Die Größe $\vec{v}(\vec{r})$ ist aber von der Wahl des Koordinatensystems abhängig! Damit aber ist klar, dass für die Maxwell'schen Gleichungen das im Abschnitt 3.2.6 formulierte Relativitätsprinzip (Satz 7) **nicht automatisch erfüllt** ist! Diese Verträglichkeitsforderung bedeutet an dieser Stelle, dass die Maxwell'schen Gleichungen in sich übergehen müssen, wenn man auf die Koordinaten (\vec{r}, t) eine Lorentz-Transformation ausführt. Wie wir nun zeigen werden, ist diese Forderung gleich bedeutend mit der bereits (ohne fundierte Begründung) angegebenen *Lorenz-Eichung* (Gl. 6.59).

(XXX: Der Text zur Herleitung dieser Bedingung ist noch nicht verfügbar.)

(XXX: Der weitere, eigentliche Text des Abschnitts *Relativistische Elektrodynamik* ist noch nicht verfügbar.)

6.2 Die periodischen Lösungen der Maxwell-Gleichungen (-)

Wie man relativ leicht erkennt, und wie wir im Abschnitt 6.2.1 beweisen werden, lässt sich aus den Maxwellschen Gleichungen eine Beziehung herleiten, deren Form mit der der sog. allgemeinen Wellengleichung identisch ist. Dies hatte bereits Maxwell unmittelbar nach der Formulierung seiner Gleichungen erkannt. Es war aber zunächst nicht klar, ob diese postulierten elektromagnetischen Wellen real existieren, geschweige denn, dass die bereits wohl bekannte optische Strahlung *Licht* ebenfalls eine elektromagnetische Strahlung ist. Die experimentelle Bestätigung der Existenz dieser elektromagnetischen Wellen gelang Hertz 1886 während seiner Zeit als Professor für Physik an der (damaligen) Technischen Hochschule in Karlsruhe ([4]). Die von ihm gewählte experimentelle Anordnung entspricht in der heute üblichen Terminologie einem UKW-Oszillator mit Sendevorrichtung und einem selektiven UKW-Empfänger (vgl. Abschnitt 14.8.2). Alle diese nachrichtentechnischen Baugruppen waren aber noch nicht erfunden, geschweige die dafür erforderlichen Bauteile. Insbesondere gab es noch keine Elektronenröhren. Die technische Realisierung dieser Anordnung durch den genialen Experimentalphysiker Hertz ist in der Abb. XXX skizziert (XXX: diese Abb. ist noch nicht verfügbar.):

Der Oszillator bestand aus einer großflächigen ebenen Spule und einem Kugelkondensator. Hertz dimensionierte sie derart, dass sie als Schwingkreis geschaltet eine Resonanzfrequenz von ca. $80 \cdot MHz$ besaßen. Die elektrische Anregung erfolgte über eine Gleichspannungsbatterie und einen intermittierend betätigten mechanischen Unterbrecherkontakt. Auf Grund ihrer Geometrie wirkte die Spule gleichzeitig als Abstrahl-Element. Der Empfänger war genau so aufgebaut wie der Oszillator, außer dass die Batterie entfiel und der Unterbrecherkontakt durch eine Funkenstrecke ersetzt war, deren Kugelelektroden mit einer Mikrometerverstellung (Reproduzierbarkeit $\pm 10 \cdot \mu m$) auf einen wohl definierten, sehr kleinen Abstand eingestellt werden konnten.

Mit dieser Anordnung führte Hertz eine Serie von Experimenten aus mit insbesondere folgenden Ergebnissen:

1. An der Empfangsstation konnten Funken detektiert werden, die nur auftraten, wenn der Sender in Betrieb war.
2. Das Signal war maximal, wenn die beiden Spulen parallel zu einander und senkrecht zur direkten Verbindungslinie orientiert waren.
3. Stellte man vor jede der beiden Spulen eine Scheibe, über die eine Folge von parallelen, elektrisch leitfähigen Drähten gespannt war, war das Signal maximal, wenn beide Drahtscheiben in dieselbe Winkelposition gedreht waren.

Diese Ergebnisse zeigten eindeutig, dass es Hertz gelungen war, elektromagnetische Wellen zu generieren und zu detektieren, und dass es sich hierbei um polarisierbare und daher transversale Wellen handelt.

Dieser Nachweis war nicht nur ein weiterer fundamentaler Schritt zum Verständnis der Elektrodynamik. Er war auch der Auslöser für die Entwicklung der drahtlosen Nachrichtenübertragung. Bereits 1895 (also 9 Jahre nach den Arbeiten von Hertz) realisierte *Marchese* (seit 1924) *Guglielmo Marconi* (* 1874 in Bologna; † 1937 in Rom) die 1. drahtlose Signalübertragung über eine Strecke von $2,5 \cdot km$ in Salvan in der Schweiz, s. auch Abschnitt 14.4. Für seine Arbeiten zur drahtlosen Signalübertragung erhielt Marconi zusammen mit *Karl Ferdinand Braun* (* 1850 in Fulda; † 1918 als Zivilinternierter in New York(USA)), den Nobelpreis für Physik 1909. Auch für mich völlig unverständlich wurde dagegen Hertz für seine bahnbrechenden Arbeiten **nicht** mit dem Nobelpreis geehrt.

6.2.1 Die Wellengleichung des elektromagnetischen Feldes (*)

Wir beschränken uns zunächst auf den Fall des materielosen Vakuums. Dann gilt

$$q = 0 ; \quad \vec{j} = 0 \quad (6.64)$$

und eine Unterscheidung zwischen \mathcal{E} und D bzw. zwischen H und B macht keinen Sinn. Wir schreiben die Maxwellschen Gleichungen daher in der Form

$$div \vec{\mathcal{E}} = 0 \quad (6.65)$$

$$rot \vec{\mathcal{E}} = -\mu_0 \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (6.66)$$

$$div \vec{H} = 0 \quad (6.67)$$

$$rot \vec{H} = \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{\mathcal{E}}}{\partial t} \quad (6.68)$$

Jetzt differenzieren wir die Gl. 6.66 partiell nach der Zeit,

$$\frac{\partial}{\partial t} (rot \vec{\mathcal{E}}) = rot \left(\frac{\partial \vec{\mathcal{E}}}{\partial t} \right) = -\mu_0 \cdot \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad (6.69)$$

und setzen hierin die Gl. 6.68 ein,

$$\varepsilon_0 \cdot rot (rot \vec{H}) = -\mu_0 \cdot \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad (6.70)$$

Mit Hilfe der Gl. 3.429 erhalten wir hieraus

$$\varepsilon_0 \cdot (\text{grad}(div \vec{H}) - \Delta \vec{H}) = -\mu_0 \cdot \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad (6.71)$$

und schließlich wegen Gl. 6.67

$$\varepsilon_0 \cdot \Delta \vec{H} = \mu_0 \cdot \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad (6.72)$$

bzw. in der üblichen Schreibweise

$$\Delta \vec{H} = \frac{\mu_0}{\varepsilon_0} \cdot \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad (6.73)$$

Diese Gl. aber ist identisch mit der sog. allgemeinen Wellengleichung für die Funktion $\vec{H}(\vec{r}, t)$. Durch analoges Vorgehen erhalten wir ausgehend von der Gl. 6.68 die Gl.

$$\Delta \vec{\mathcal{E}} = \frac{\mu_0}{\varepsilon_0} \cdot \frac{\partial^2 \vec{\mathcal{E}}}{\partial t^2} \quad (6.74)$$

Sowohl das elektrische Feld $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t)$ als auch das magnetische Feld $\vec{H}(\vec{r}, t)$ erfüllen also die ihm zugeordnete allgemeine Wellengleichung. Jede beliebige Lösung dieses Systems von DGL-en lässt sich nach ebenen Wellen entwickeln. Jede Lösung erfüllt aber auch die Maxwell-Gl.-en 6.65 bis 6.68. Daraus folgt aber, dass die Felder $\vec{\mathcal{E}}$ und \vec{H} immer senkrecht auf einander stehen.

Der Faktor $\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}$ in den Gl.-en 6.73 und 6.74 hat die Bedeutung eines inversen Geschwindigkeitsquadrats,

$$c_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \quad (6.75)$$

Diese Geschwindigkeit c_0 ist identisch mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Wellen. Im Sinne der Maxwellschen Elektrodynamik handelt es sich um eine universelle, von der Wahl des Koordinatensystems unabhängige Naturkonstante.

6.2.2 Die Lösungen der Wellengleichung (-/-)

(XXX: Der Text des Kapitels *Die Lösungen der Maxwell-Gleichungen* ist noch nicht verfügbar. In ihm wird auch der Weg zu der nachfolgenden Gl. beschrieben werden:)

$$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) = E_0 \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot z + \varphi) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (6.76)$$

Dies ist die Gleichung einer ebenen Welle von konstanter Amplitude E_0 , die sich in die z -Richtung des Koordinatensystems ausbreitet und gegenüber der Referenzwelle um den Winkel φ verschoben ist.

6.2.3 Elektromagnetische Strahlung (-)

Die voran gegangenen Abschnitte haben uns gezeigt, dass die Abstrahlung eines Energiestroms in Form von elektromagnetischer Strahlung ein generelles Phänomen ist, das immer dann auftritt, wenn in einem begrenzten Volumen im Raum (beim Sender) elektrische (oder magnetische) Felder erzeugt werden, die sich zeitlich ändern. Diese zeitliche Änderung ist dann immer mit einem sich ebenfalls zeitlich ändernden magnetischen (elektrischen) Feld verknüpft, und ein Teil der Energie, die in diesen zeitlich

und räumlich mit einander verknüpften Feldern enthalten ist, wird dann ständig als elektromagnetische Strahlung abgestrahlt. Damit ein signifikanter Anteil der Energie, die in dem elektromagnetischen Feld enthalten ist, auch wirklich nach außen abgestrahlt wird, muss die konstruktive Einheit, die dieses (Nah-)Feld erzeugt, die *Sendeanenne*, eine geeignete geometrische Form haben. Relevant sind dabei immer die geometrischen Strukturen innerhalb einer typischen Abmessung von der Größenordnung der jeweiligen Wellenlänge.

Dieselbe Aussage gilt für jede geometrische Einheit, die in der Lage ist, einen Teil der ankommenden elektromagnetischen Strahlung zu absorbieren und in ein elektrisches Signal zu wandeln. Eine derartige Einheit bezeichnet man üblicherweise als *Empfangsanenne*. Auch diese sollte eine für ihre Funktion optimierte geometrische Struktur besitzen. Relevant sind dabei wieder die geometrischen Strukturen innerhalb einer typischen Abmessung von der Größenordnung der jeweiligen Wellenlänge.

Diese Mechanismen der Strahlungsemission und -Detektion sind nicht an eine bestimmte Frequenz gebunden. Elektromagnetische Strahlung tritt also mit beliebigen Frequenzen auf. Viele Eigenschaften dieser Strahlung sind für alle Frequenzen identisch. Das sind insbesondere alle Eigenschaften, die unmittelbar aus den Maxwellschen Gleichungen ableitbar sind, also die Möglichkeit der Polarisierung, der Interferenz, die Phänomene der Reflexion und der Brechung an der Grenzfläche 2-er Medien mit unterschiedlichem Brechungsindex etc. . Alle diese Eigenschaften sind insbesondere für den Teilbereich der elektromagnetischen Strahlung wohlbekannt, den wir als sichtbares Licht bezeichnen. Wir werden diese Eigenschaften daher auch erst im Heft 11 (*Optik*) behandeln.

Eine große Anzahl von Eigenschaften elektromagnetischer Strahlung sind jedoch sehr stark von ihrer Frequenz abhängig, nämlich alle Eigenschaften, die mit der unmittelbaren Wechselwirkung zusammenhängen zwischen der Strahlung und der Materie, auf die die Strahlung trifft bzw. durch die hindurch sie sich fortpflanzt. Entscheidend für diese Zusammenhänge ist die sog. *Photon-Energie* der Strahlung,

$$E_{\text{Photon}} = \hbar \cdot \omega = h \cdot f \quad (6.77)$$

Diesen Begriff werden wir erst im Heft 7 (*Quantenmechanik*) kennen lernen, s. insbesondere Abschnitt 7.2.1. Ich verwende ihn an dieser Stelle, ohne ihn näher zu erklären, darauf vertrauend, dass der Leser bereits eine zumindest vage Vorstellung von seiner Bedeutung hat. Ich nenne noch eine in vielen Fällen nützliche Umrechnungsbeziehung zwischen der Wellenlänge eines Photons und seiner Energie:

$$E \approx 1,239 \cdot eV \cdot \frac{nm}{\lambda} \quad (6.78)$$

Diese Beziehung ergibt sich unmittelbar aus der Gl. 6.77.

Im Folgenden beschränke ich mich auf eine Aufzählung der verschiedenen spektralen Bereiche der elektromagnetischen Strahlung. Dabei gebe ich einige ihrer physikalischen Kenndaten an, nenne ihre Quellen und ihre wichtigsten technischen Anwendungen.

Niederfrequenzstrahlung (-)

Elektromagnetische Strahlung im untersten Frequenzbereich von etwa

$$\begin{aligned} 100 \cdot km < \lambda < \infty &\Leftrightarrow 3 \cdot kHz > f > 0 \cdot Hz \\ &\Leftrightarrow 1,2 \cdot 10^{-11} \cdot eV > E_{Photon} > 0 \cdot eV \end{aligned} \quad (6.79)$$

entsteht vorwiegend als ungewollte Abstrahlung von Energie durch technische Apparate und Vorrichtungen, in denen elektromagnetische Vorgänge ablaufen, die in diesem Frequenzbereich liegen. Typische Beispiele hierfür sind Anlagen der Stromversorgung (s. Abschnitt 6.4.6), also Transformatoren und Hochspannungsleitungen. Der in Europa üblichen Netzfrequenz von $50 \cdot Hz$ entspricht eine Wellenlänge von

$$\lambda_{\text{Netz}} = 6 \cdot 10^3 \cdot km \quad (6.80)$$

also ungefähr dem Erdradius. Der abgestrahlte Energiestrom kann also nur extrem gering sein, da alle in Frage kommenden technischen Anlagen klein sind gegen diese Wellenlänge. Er reicht aber aus, um in elektronischen Geräten und Anlagen unter entsprechenden Gegebenheiten ein $50 \cdot Hz$ -Störsignal zu erzeugen, s. Abschnitt 14.7.1.

Radiowellen (-)

Als Radiowellen bezeichnete man ursprünglich jede Art von elektromagnetischer Strahlung, die zur Übertragung von Informationen technisch genutzt wurde. Diese Begriffsbildung bleibt in gewissem Sinne vage und unverbindlich, da so der Bereich der Radiowellen im Zuge der technischen Entwicklung immer weiter zu höheren Frequenzen verschoben wurde. Heute ist es üblich, die obere Grenze etwa bei $10 \cdot cm$ zu setzen und die noch kleineren Wellenlängen bereits den Mikrowellen zuzuordnen, wohl wissend, dass heute auch in diesem Bereich Informationsübertragung stattfindet. Wir einigen uns also auf die Festlegung

$$\begin{aligned} 0,1 \cdot m < \lambda < 100 \cdot km &\Leftrightarrow 3 \cdot GHz > f > 3 \cdot kHz \\ &\Leftrightarrow 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot eV > E_{Photon} > 1,2 \cdot 10^{-11} \cdot eV \end{aligned} \quad (6.81)$$

für den Bereich der Radiowellen.

Technische Vorrichtungen zur Abstrahlung von Radiowellen sind die klassischen Sendestationen der Rundfunk- und Fernsehtechnik und die zugehörigen Sendeantennen.

Die jeweilige Wellenlänge der emittierten elektromagnetischen Strahlung dokumentiert sich unmittelbar in den Abmessungen der zugehörigen Sendeantenne.

Die Frage, ob elektromagnetische Strahlung aus diesem Spektralbereich photochemische Prozesse oder andere, biologische Systeme beeinflussende Prozesse auslösen kann, wird in der Öffentlichkeit bis heute kontrovers diskutiert, s. Abschnitt 7.17.7.

Natürliche Quellen für Radiowellen finden wir insbesondere im Bereich der Astronomie und Kosmologie, s. insbesondere die Abschnitte 10.2.4 und 10.3.3.

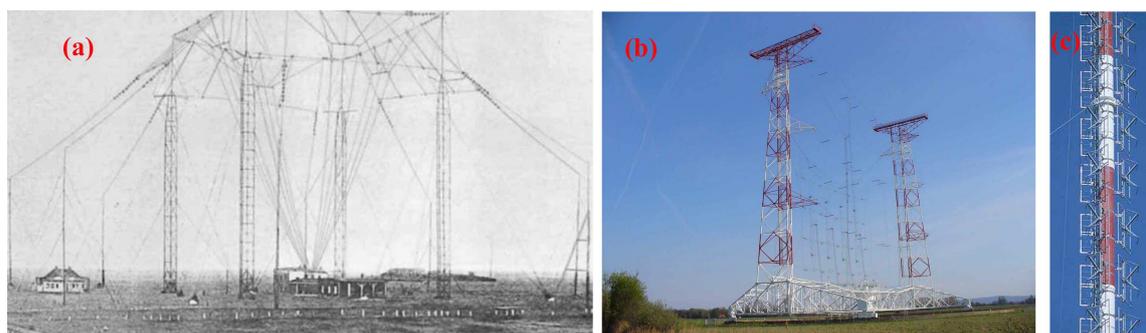


Abb. 7 Typische Sendeanennen für Rundfunksignale
 (a) LW-Sendeanlage in Norddeich 1911 (b) drehbare KW-Richtantenne in Moosbrunn (Österreich) (c) UKW-Multiantennenanlage

Mikrowellen (-)

An den Bereich der (konventionellen) Radiowellen schließt sich ein Strahlungsbereich an, der sich insbesondere in den Möglichkeiten seiner technischen Nutzung von den Radiowellen unterscheidet:

$$\begin{aligned}
 1 \cdot mm < \lambda < 100 \cdot mm &\Leftrightarrow 300 \cdot GHz > f > 3 \cdot GHz \\
 &\Leftrightarrow 1,2 \cdot 10^{-3} \cdot eV > E_{Photon} > 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot eV
 \end{aligned}
 \tag{6.82}$$

Dieser Mikrowellenbereich wird oft auch als Bereich der *mm*-Wellen oder als Radarwellenbereich bezeichnet. Dieser Frequenzbereich ist nur noch sehr eingeschränkt mit Hilfe der konventionellen Bauelemente der Elektronik (Transistoren, Elektronenröhren, Kondensatoren, Spulen etc., s. Heft 10.1.1) beherrschbar. Das Vordringen bis in diesen Frequenzbereich gelang den Gebrütern *Russel Harrison Varian* (* 1898 in Syracuse/Cal.; † 1959 während eines Wanderurlaubs in Alaska) und *Sigurd Fergus Varian* (* 1901 in Syracuse/Cal.; † 1961 durch einen Flugzeugabsturz über dem Pazific) sowie *William Webster Hansen* (* 1909 in Fresno/Cal.; † 1949 in Palo Alto/Cal.) 1937 an der Stanford University mit der Erfindung des Klystrons. Das Klystron ist eine Elektronenröhre, die als Senderröhre für Mikrowellenstrahlung geeignet ist. Die ersten technischen Anwendungen dieser neuen Technik waren militärische Ortungs- und Navigationsgeräte. Etwa seit 1990 wird dieser Frequenzbereich intensiv für die Kommunikationstechnik genutzt (Mobilfunk, der sog. Richtfunk zur Übertragung von Rundfunk- und Fernsehsignalen von Relaisstation zu Relaisstation, das sog. WLAN (*wireless local area network*) zum drahtlosen Aufbau eines lokalen Computernetzes z.B. innerhalb eines Gebäudes, die sog. *Bluetooth*-Verbindung zwischen 2 oder mehreren elektronischen Geräten über Entfernungen im Bereich einiger *m*).

Eine besondere Rolle spielt die Mikrowellenstrahlung in Zusammenhang mit (flüssigem) Wasser. Da das Wassermolekül ein permanentes Dipolmoment besitzt,

zeigt es den Effekt der Orientierungspolarisation (s. Absatz XXX). Diese ist i.a. komplex, d.h. der Orientierungsprozess unterliegt einer signifikanten Dämpfung. Dieser Effekt ist stark abhängig von der makroskopischen Anordnung der Wassermoleküle. Im flüssigen Zustand liegt das Dämpfungsmaximum bei etwa

$$f_{\max} \approx 20 \cdot GHz \quad (6.83)$$

Durch Feineinstellung der Frequenz (aus technischen Gründen vorzugsweise im Bereich $f < f_{\max}$ lässt sich die Eindringtiefe der Mikrowellenstrahlung auf einen für die jeweilige Anwendung optimalen Wert einstellen.

Auf diesem Konzept basiert der sog. *Mikrowellenherd*, der heute in vielen Haushalten zum Standardgerät geworden ist für das Aufwärmen von im Kühlschrank oder im Gefrierfach gelagerten Speisen und Fertiggerichten. Eine typische Arbeitsfrequenz dieser Geräte ist

$$f_{typ} = 2,455 \cdot GHz$$

Eine natürliche Quelle von Mikrowellenstrahlung ist die für die Kosmologie sehr wichtig gewordene sog. *kosmische Hintergrundstrahlung*, s. Abschnitt 10.3.3.

Infrarot-Strahlung (-)

Den zwischen den Mikrowellen und dem sichtbaren Licht positionierten Bereich elektromagnetischer Strahlung bezeichnet man als *Infrarot-Strahlung*, abgekürzt IR-Strahlung.

$$\begin{aligned} 780 \cdot nm < \lambda < 1 \cdot mm &\Leftrightarrow 384 \cdot THz > f > 300 \cdot GHz \\ &\Leftrightarrow 1,6 \cdot eV > E_{Photon} > 1,2 \cdot 10^{-3} \cdot eV \end{aligned} \quad (6.84)$$

Der Nachweis, dass es sich bei dieser Wärmestrahlung um denselben Typ von Strahlung handelt wie bei dem sichtbaren Licht, gelang als erstem dem deutsch-britischen Musiker und Astronomen *Friedrich Wilhelm Herschel* (* 1738 in Hannover; † 1822 in Slough/Berkshire (Engl.)). Er konnte auch bereits zeigen, dass beide im Sonnenlicht enthalten sind und sich nur durch ihre Wellenlänge (die von Herschel bestimmte Kenngröße war die *Prismenfarbe*) unterscheiden.

Insbesondere im sog. Fingerprint-Bereich

$$3 \cdot \mu m \lesssim \lambda \lesssim 20 \cdot \mu m \quad (6.85)$$

(s. Absatz S. 1807) werden durch IR-Strahlung die molekularen Anregungsmoden des Elektronensystems der Moleküle (bei Festkörpern auch die Schwingungsmoden des Gittersystems)angeregt. Daher ist die Absorption dieser Strahlung bei fast allen Materialien relativ hoch. Eine Schädigung des Materials tritt hierbei jedoch i.a. nicht auf. Dafür ist die Photon-Energie noch zu gering. Es kann jedoch zu einer merklichen Erwärmung der bestrahlten Probe kommen.

Jeder auf eine ausreichend hohe Temperatur ($T > 500^\circ C$) aufgeheizte Körper bildet eine technische Quelle für IR-Strahlung. Typische technische Anwendungen der IR-Strahlung sind die kontaktlose Temperaturmessung, die Infrarot-Spektroskopie zur Aufklärung der molekularen Struktur (s. wieder Absatz S. 1807) sowie die Strahlungsheizung zur Trocknung von industriellen Produkten.

Sichtbares Licht (*)

Den Bereich der elektromagnetischen Strahlung, für den das menschliche Auge empfindlich ist, bezeichnet man auch in der wissenschaftlichen Literatur als den Bereich des *sichtbaren Lichtes*. Die Festlegung seiner spektralen Grenzen lässt ein gewisses Maß an Willkür zu, da die spektrale Empfindlichkeit des menschlichen Auges eine stetige Funktion ist (s. Abschnitt 11.14.5 und die dortige Abb. 61). Man hat sich heute weitgehend darauf geeinigt, hierfür den Bereich

$$\begin{aligned} 380 \cdot nm < \lambda < 780 \cdot nm &\Leftrightarrow 789 \cdot THz > f > 384 \cdot THz \\ &\Leftrightarrow 3,3 \cdot eV > E_{Photon} > 1,6 \cdot eV \end{aligned} \quad (6.86)$$

festzulegen.

Die technische Realisierung von Quellen sichtbaren Lichts werden wir insbesondere im Kapitel 11.8 ausführlich behandeln. Sie bestanden zunächst vorwiegend aus einem auf eine ausreichend hohe Temperatur ($T > 2 \cdot 10^3 \cdot K$) aufgeheizten Objekt oder aus einer sog. Gasentladungsstrecke (s. Abschnitt 11.8.3). Etwa seit Anfang des 21. Jahrhunderts erringen LEDs (engl. **l**ight **e**mitting **d**iodes), also Lichtquellen auf Basis von Halbleiterstrukturen, eine stark zunehmende kommerzielle Bedeutung.

Natürliche Quellen sichtbaren Lichts sind ganz überwiegend Objekte mit einer Oberflächentemperatur $T > 2 \cdot 10^3 \cdot K$.

Die wichtigste technische Anwendung einer Quelle für sichtbares Licht ist die Beleuchtung von Innenräumen und Verkehrswegen. In der organischen Chemie gibt es eine Vielzahl von Reaktionen, die durch sichtbares Licht ausgelöst werden können. Pflanzen und Mikroorganismen benötigen sichtbares Licht als primäre Energiequelle für den biochemischen Prozess der Photosynthese. Auch der menschliche Organismus benötigt sichtbares Licht für eine Anzahl von chemischen Prozessen, z.B. für die Produktion von Vitamin D in den äußeren Schichten der Haut. Zu intensive Bestrahlung mit sichtbarem Licht, insbesondere aus dem Bereich nahe der Grenze zur ultravioletten Strahlung führt zur photochemischen Zersetzung organischer Substanzen. Ein typisches Beispiel hierfür ist die temporäre oder gar dauernde Schädigung der menschlichen Haut durch eine zu lang andauernde intensive Sonneneinstrahlung.

Ultraviolette Strahlung (-)

An das sichtbare Licht schließt sich zu kürzeren Wellenlängen hin die *ultraviolette Strahlung* (allgemein abgekürzt als UV-Strahlung) an. Diesem ordnet man den Be-

reich

$$\begin{aligned} 10 \cdot nm < \lambda < 380 \cdot nm &\Leftrightarrow 30 \cdot 10^{15} \cdot Hz > f > 789 \cdot THz \\ &\Leftrightarrow 124 \cdot eV > E_{Photon} > 3,3 \cdot eV \end{aligned} \quad (6.87)$$

zu. Da sich die Agressivität dieser Strahlung innerhalb dieses Bereiches noch sehr stark ändert, spricht man oft von Teilbereichen dieser Strahlung, nämlich dem

$$\text{UV-A} : 315 \cdot nm < \lambda < 380 \cdot nm \Leftrightarrow 3,93 \cdot eV > E_{Photon} > 3,26 \cdot eV \quad (6.88)$$

$$\text{UV-B} : 280 \cdot nm < \lambda < 315 \cdot nm \Leftrightarrow 4,43 \cdot eV > E_{Photon} > 3,93 \cdot eV \quad (6.89)$$

$$\text{UV-C} : 100 \cdot nm < \lambda < 280 \cdot nm \Leftrightarrow 12,4 \cdot eV > E_{Photon} > 4,43 \cdot eV \quad (6.90)$$

$$\text{EUV} : 10 \cdot nm < \lambda < 100 \cdot nm \Leftrightarrow 124 \cdot eV > E_{Photon} > 12,4 \cdot eV \quad (6.91)$$

Die Abkürzung in der Gl. 6.91 steht für **extrem-ultra-violett**. Mit zunehmender Photon-Energie wird die UV-Strahlung zunehmend reaktiver für jede Art von photochemischem Prozess bis hin zur Zersetzung von molekularem Sauerstoff



Technische Quellen für UV-Strahlung sind geeignet optimierte Gasentladungslampen. Eine wichtige natürliche Quelle von UV-Strahlung ist unsere Sonne. Die Wirkung des UV-Anteils in der Sonnenstrahlung wird durch die Erdatmosphäre, insbesondere durch die in einer Höhe von ca. 15 ... 25 · km vorhandene Ozonschicht auf eine für Mensch, Tier und Pflanzenwelt erträgliches Maß reduziert.

UV-Strahlung geeigneter Wellenlänge ist daher ein oft genutztes Mittel zur Sterilisierung z.B. von Operations-Instrumenten im Bereich der Medizin oder zur Abluftreinigung.

Röntgenstrahlung (*)

Elektromagnetische Strahlung im Wellenlängen- bzw. Energiebereich

$$\begin{aligned} 1 \cdot pm < \lambda < 10 \cdot nm &\Leftrightarrow 3 \cdot 10^{20} \cdot Hz > f > 3 \cdot 10^{16} \cdot Hz \\ &\Leftrightarrow 1,2 \cdot MeV > E_{Photon} > 120 \cdot eV \end{aligned} \quad (6.93)$$

bezeichnet man heute nach ihrem Entdecker, dem deutschen Physiker *Wilhelm Conrad Röntgen* (* 1845 in Lennep (heute Remscheid); † 1923 in München) als *Röntgenstrahlung* (im englischen Sprachgebiet meist als *x-rays*). Röntgen entdeckte diesen Typ von Strahlung 1895 im Zuge von Experimenten mit evakuierten Elektrodenanordnungen, an die er Spannungen der Größenordnung $10^4 \cdot V$ anlegte. Einer der hierbei ablaufenden Prozesse ist der folgende: Die auf die Metallanode auftreffenden Elektronen schlagen aus deren Atomen sog. *Sekundär-Elektronen* heraus. Bei den nachfolgenden Prozessen der Rekombination mit freien Elektronen und der Rückkehr der

angeregten Elektronen in den Grundzustand emittiert das getroffene Atom elektromagnetische Strahlung mit einer Photonenergie von derselben Größenordnung wie die ursprüngliche kinetische Energie der Stoß-Elektronen.

Röntgen erkannte schnell, dass diese neuen Strahlen, die er *X-Strahlen* nannte, in der Lage waren, Materie von makroskopischer Schichtdicke zu durchdringen, und dass deren Absorption insbesondere von der Massenzahl \mathcal{A} der Atome abhängt, aus denen das Material aufgebaut ist. Seine Entdeckung wurde nach ihrer Veröffentlichung ([5]) rasch und in aller Welt bekannt. Röntgen erhielt für diese Entdeckung den Nobelpreis für Physik 1901.

Die wichtigste technische Realisierung einer Quelle für Röntgenstrahlung ist auch heute noch die Vakuumröhre. Ihre Metallanode ist wassergekühlt und so geformt, dass ein möglichst großer Anteil der gebildeten Röntgenstrahlung aus einem der 4 konzentrisch um die Anode herum angeordneten Fenster in den Experimentierraum austreten kann. Die zwischen Anode und Kathode fließenden Ströme liegen in der Größenordnung $10 \cdot mA$. Zunehmende Bedeutung für die Grundlagenforschung hat die Erzeugung von Röntgenstrahlung in der Form von Synchrotronstrahlung erhalten, s. Abschnitt 10.5.2. (XXX: präzisieren) Der Vorteil dieser Strahlungserzeugung besteht insbesondere in der wesentlich höheren verfügbaren Intensität, so dass man sich z.B. den Einsatz von aufwendigen Monochromatoren leisten kann. Es sind jedoch nur Experimente an einem mit einem Synchrotron ausgerüsteten Großforschungsinstitut möglich.

Technische Anwendungen der Röntgenstrahlung findet man insbesondere:

- in der Medizin die Röntgen-Durchleuchtung von Patienten, s. Abb. 8. Diese Abb. zeigt die 1. Durchleuchtung eines menschlichen Körperteils mit Röntgenstrahlen. Röntgen führte diese am 23.01.1896 während eines Vortrags über die *X-Strahlen* durch und zwar an dem schweizer Anatomen und Philologen Prof. *Albert von Köllitzer* (* 1817 in Zürich; † 1905 in Würzburg);
- ebenfalls in der Medizin die sog. *Computer-Tomographie* (CT) (Absatz S. 1563);
- in der Strukturanalyse die Strukturaufklärung von Festkörpern (Abschnitt 13.2.2) und von Makromolekülen (Abschnitt 13.2.2); und
- in der Materialprüfung die Röntgen-Durchleuchtung von technischen Bauteilen (Überprüfung von Schweißnähten etc.).

In der Natur findet man Quellen von Röntgenstrahlung nur im Kosmos, zum einen im Inneren von stationär brennenden Sternen, zum anderen in den Materie- und Strahlungsströmen, die von einigen exotischen Himmelskörpern ausgestoßen werden: in planetarischen Nebeln (s. Abschnitt S. 1215), in Überresten einer Supernova-Explosion (s. Absatz S. 1218) und in der Umgebung von schwarzen Löchern (s. Absatz S. 1212).



Abb. 8 Historisch erste Röntgen-Durchleuchtung einer menschlichen Hand

Gammastrahlung (-)

Die sich zu noch höheren Photon-Energien an die Röntgenstrahlung anschließende elektromagnetische Strahlung bezeichnet man (auch heute noch) als Gammastrahlung.

$$\begin{aligned}\lambda &< 1 \cdot pm \Leftrightarrow f > 3 \cdot 10^{20} \cdot Hz \\ &\Leftrightarrow E_{Photon} > 1,2 \cdot MeV\end{aligned}\quad (6.94)$$

Diese Bezeichnung wurde ursprünglich gewählt, um die verschiedenen von natürlich radioaktiven Proben emittierten Strahlungsarten phänomenologisch von einander zu unterscheiden (α -, β - und γ -Strahlung), s. Absatz S. 767.

γ -Strahlung entsteht **nicht** im Zuge von Übergängen des Elektronensystems eines Atoms oder Moleküls. Dafür sind die typischen Photon-Energien zu groß. Sie entsteht vielmehr im Zuge von Übergängen der **Atomkerne**. Wenn z.B. durch den spontanen Zerfall eines instabilen Atomkerns ein angeregter Folgekern entstanden ist, dann gibt dieser die überschüssige Energie nach einer typischen Halbwertszeit der Größenordnung $10^{-15} \cdot s$ in Form von elektromagnetischer Strahlung ab, also als γ -Quant.

Es gibt bis heute keine technische Quelle zur (kontinuierlichen) Erzeugung von γ -Strahlung, es sei denn, man bezeichnet eine technische Anordnung, die Kernreaktionen auslöst, bei denen dann auch γ -Strahlung entsteht, als eine solche technische Quelle.

Natürlich vorkommende Quellen für γ -Strahlung findet man wieder im Kosmos, insbesondere als Teil der sog. kosmischen Strahlung, s. Abschnitt 10.4.1.

γ -Strahlung ist für alle organischen Substanzen, also insbesondere für jede Art von Pflanzen oder Lebewesen hochgradig gefährlich.

Als Abschluss dieses Abschnitts stellt die Abb. 9 noch einmal die verschiedenen Bereiche der elektromagnetischen Strahlung zusammenfassend dar, nennt ihre jeweilige Bezeichnung und den Bereich der Wellenlänge und der Frequenz.

6.3 Messung elektrodynamischer Größen (-/-)

(XXX: Der Text des Kapitels *Messung elektrodynamischer Größen* ist noch nicht verfügbar.)

6.4 Elektrodynamik des täglichen Lebens (-)

Parallel zur Entwicklung der Theorie der elektrodynamischen Wechselwirkung insbesondere durch Maxwell wurden etwa ab 1830 auch technische Anwendungen der Elektrodynamik in ständig wachsendem Tempo vorangetrieben. 1834 wurde ein kommerziell nutzbarer Elektromotor erfunden, Werner v. Siemens stellte 1866 seinen Elektro-Generator vor, 1884 fuhr in Frankfurt/Main die erste deutsche Straßenbahn,

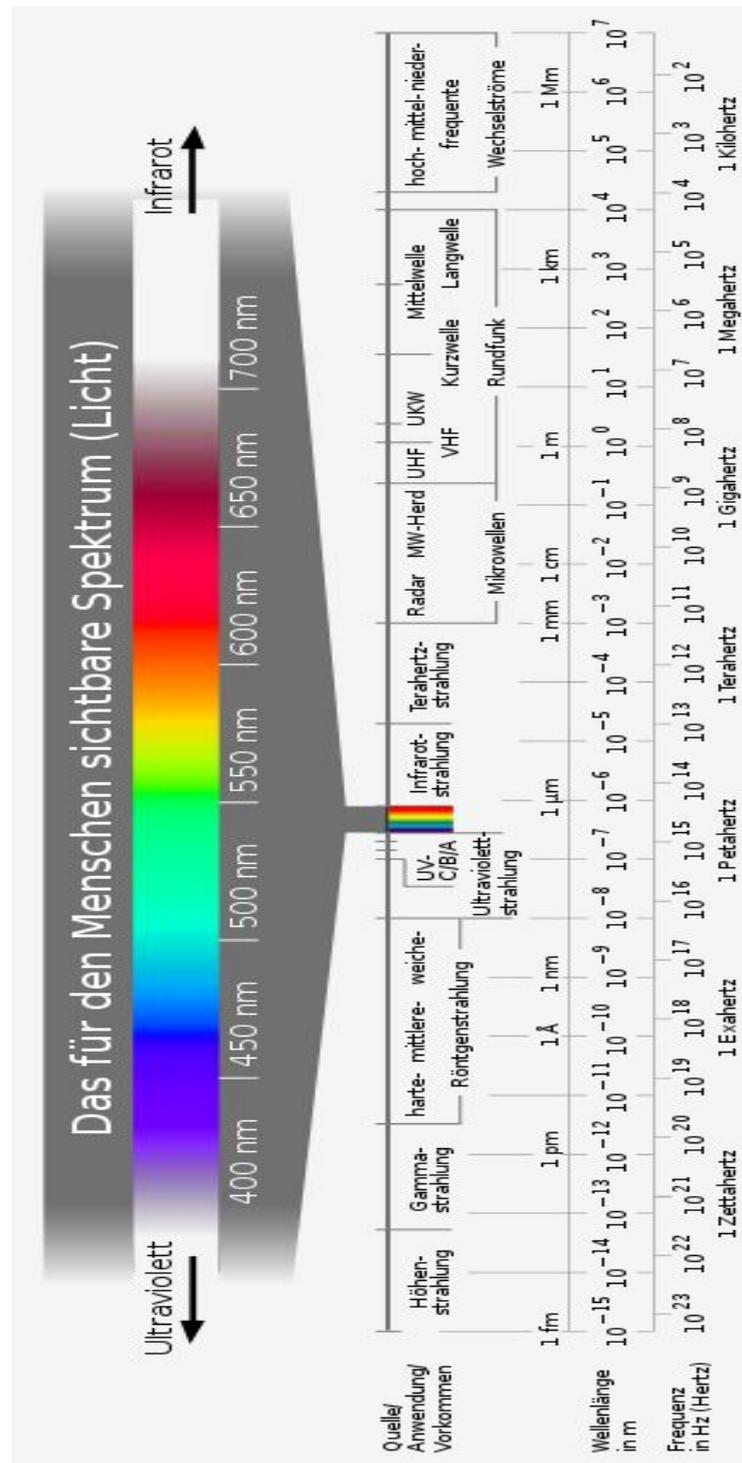


Abb. 9 Die Bereiche der elektromagnetischen Strahlung
 (Quelle: Diese Abb. basiert auf dem Bild Electromagnetic spectrum c aus der freien Enzyklopädie Wikipedia und unterliegt der GNU-Lizenz für freie Dokumentation Version 1.2 oder später; der Autor ist Horst Frank / Jailbird / Phrood)

ab 1880 kamen elektrische Glühlampen auf den Markt, 1885 wurde ein Transformator mit geringen magnetischen Streuverlusten erfunden, und 1890 wurde in Pittsburgh (USA) das erste Wechselstrom-Stadtnetz installiert.

Die Elektrotechnik war zum wichtigsten Motor der weiteren Industrialisierung und des technischen Fortschritts geworden. Die Werkstätten, in denen die ersten Prototypen dieser Apparate und Anlagen gefertigt worden waren, entwickelten sich rasch zu weltweit agierenden Konzernen. In Deutschland entstanden u.a. die von Werner v. (ab 1895) Siemens und Johann Georg Halske 1847 gegründete Siemens & Halske AG in Berlin, die Allgemeine Elektrizitätsgesellschaft in Berlin und die Helios AG für elektrisches Licht und Telegraphenanlagenbau in Ehrenfeld (später Köln-Ehrenfeld).

Bei der nun folgenden Beschreibung von einigen dieser Maschinen und Anlagen werde ich gezwungen sein, eine Reihe von Größen und Begriffen zu verwenden, die wir erst später insbesondere in den Heften *Thermodynamik* (S. 829) und *Elektronik* (S. 1823) behandeln werden.

6.4.1 Der Elektromotor (-)

Als Elektromotor bezeichnen wir eine Maschine, die elektrische Energie in mechanische Energie umwandelt (zu dieser Formulierung s. Abschnitt 8.1.3). Das jedem Elektromotor zugrunde liegende physikalische Prinzip haben wir bereits im Abschnitt 6.1.4 behandelt, es ist in der Abb. 6 (b) dargestellt: Auf jede von einem elektrischen Strom durchflossene Leiterschleife, die sich in einem Magnetfeld befindet, wirkt eine Kraft, die *Lorentzkraft*. Um auf dieser Basis einen Elektromotor zu erfinden, bedurfte es *nur noch* einer geeigneten konstruktiven Umsetzung. Vorzugsweise wird dabei eine mechanische Drehbewegung erzeugt, da sich diese später bei einer konkreten Anwendung des Motors am leichtesten in die jeweils gewünschte mechanische Bewegung umsetzen lässt.

Wir werden in diesem Abschnitt die beiden wichtigsten Typen dieser Maschinen behandeln, zunächst den Gleichstrommotor und danach den Drehstrommotor.

Der Gleichstrommotor (-)

Die Abb. 10 (b) zeigt das bei fast allen heute gefertigten mit Gleichstrom betriebenen Elektromotoren umgesetzte Prinzip: Der Motor besteht insbesondere aus einem ortsfesten sog. *Stator*, einem *Drehanker* mit einer Anzahl von *Polschuhen*, von denen in der Abb. 10 (b) nur einer gezeichnet ist, und dem in der Abb. 10 (b) nicht gezeichneten *Kommutator*, der aber in der Abb. 10 (a) gut zu erkennen ist. Der Stator erzeugt ein stationäres Magnetfeld im Zentrum des Motors. In diesem Zentrum befindet sich der Drehanker, auf dessen Drehachse eine Anzahl von Polschuhe und der Kommutator fest montiert sind. Jeder der Polschuhe enthält eine Spulenwicklung, die an das zugehörige Kontaktelement des Kommutators angeschlossen ist. Auf jeweils knapp der Hälfte der Kommutatorkontakte sitzt jeweils ein Schleifkontakt, der meist aus Graphit gefertigt ist und federnd auf den Kommutator drückt. Die beiden

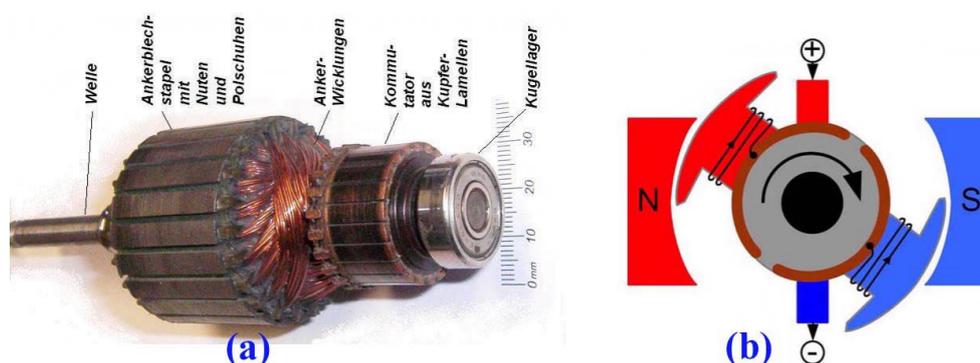


Abb. 10 Gleichspannungsmotor für geringe Leistungen

(a) reales Beispiel eines Drehankers (b) Funktionsprinzip

(Quelle: diese Abb. basiert auf den Bildern Motor_DC_2Pole (Autor haade) und Ankerde (Autor Ulfbastel) aus der freien Enzyklopädie Wikipedia und unterliegt der GNU-Lizenz für freie Dokumentation Version 1.2)

Schleifkontakte sind mit der externen Stromquelle verbunden. Diese Kommutator-Konstruktion sorgt dafür, dass die auf den Polschuh wirkende Lorentzkraft ein mechanisches Drehmoment auf die Drehachse ausübt, das immer in dieselbe Drehrichtung weist. Sobald der in der Abb. 10 (b) gezeichnete Polschuh über den oberen Totpunkt hinweg gedreht ist, wird in ihm die Stromrichtung umgeschaltet und das Drehmoment wirkt erneut in dieselbe Drehrichtung.

Bei kleineren Gleichstrommotoren bis zu $100 \cdot W$ Leistung wird das Stator-Magnetfeld heute durch einen Permanentmagneten erzeugt. Erst bei noch höheren Leistungen wird auch das Statorfeld durch (zusätzliche) stromdurchflossene Spulen generiert. Dann stellt sich die Frage, durch welches schaltungstechnische Konzept der insgesamt dem Motor zugeführte Strom auf diese beiden Verbraucher (Statorspule und Ankerspule) verteilt wird. In den Anfängen der Elektrotechnik wählte man hierfür entweder die direkte Serienschaltung oder die Parallelschaltung und nannte den Motor im 1. Fall einen Hauptschlussmotor und im 2. Fall einen Nebenschlussmotor. Beide Realisierungen hatten ihre Vor- und Nachteile in ihrem Verhalten bei unterschiedlichen Lastbeanspruchungen. Heute hat dieses Problem weitgehend seine Bedeutung verloren, da man durch eine moderne intelligente Leistungselektronik für jede mechanische Belastung die optimale elektrische Beschaltung vorgeben kann. Ich werde daher auf diese Fragestellung nicht näher eingehen.

Ein idealisierter Gleichstrommotor zeigt einen sehr einfachen Zusammenhang zwischen den an seinen Abschlüssen anliegenden elektrischen Kennwerten und den auf seine Drehachse übertragenen mechanischen Kenndaten. Diesen Zusammenhang werden wir unmittelbar aus der Energiebilanz ableiten. Wir nehmen hierfür an, dass wir die in dem Motor auftretenden Verluste (Umwandlung von elektrischer Energie in Wärmeenergie) vernachlässigen dürfen. Der dem Motor zugeführte elektrische

Energiestrom beträgt

$$J^{(Q)} = U_{\text{Kl.}} \cdot I_{\text{Kl.}} \quad (6.95)$$

und der von der Drehachse an den angekoppelten mechanischen Verbraucher übertragene Energiestrom beträgt

$$J^{(L)} = XXX$$

(XXX: Der weitere Text des Absatzes *Der Gleichstrommotor* ist noch nicht verfügbar.)

Der Drehstrommotor (-/-)

(XXX: Der Text des Absatzes *Der Drehstrommotor* ist noch nicht verfügbar.)

6.4.2 Der Generator (-/-)

(XXX: Der Text des Abschnitts *Der Generator* ist noch nicht verfügbar.)

6.4.3 Der Transformator (-)

Wir wenden uns nun einem technischen Produkt zu, das für die gesamte Elektrotechnik und Elektronik von essentieller Bedeutung ist, dem *Transformator*. Seine Aufgabe besteht darin, eine elektrische Wechselspannung nahezu ohne Leistungsverlust in ihrer Amplitude zu verändert. Wenn wir diese Baugruppe als einen Vierpol beschreiben (s. Abschnitt 14.1.3), so gilt

$$XXX$$

(XXX: Der an dieser Stelle vorgesehene Text ist noch nicht verfügbar.)

Das dem Transformator zu Grunde liegende physikalische Prinzip besteht in der sequenziellen Anwendung der elektrischen Erzeugung magnetischer Felder (s. Abschnitt 6.1.2) und danach der magnetischen Induktion (s. Abschnitt 6.1.1): Den Eingangskreis des Transformators bildet eine Ringspule, die ein magnetisches Feld erzeugt, sobald in der Spule ein sich ändernder elektrischer Strom fließt. Der insgesamt generierte magnetische Fluss beträgt

$$\Phi_e = -XXX \cdot w_e \cdot \frac{dI_e}{dt}$$

Durch geeignete konstruktive Maßnahmen (s.u.) wird nun der gesamte magnetische Fluss durch eine 2. Ringspule geleitet,

$$\Phi_a \approx \Phi_e$$

In dieser Spule erzeugt dieser magnetische Fluss eine elektrische Spannung

$$U_a = -XXX \cdot w_a \cdot \frac{d\Phi_a}{dt} \approx XXX$$

(XXY: Der an dieser Stelle vorgesehene umfangreiche Text ist noch nicht verfügbar.)

Transformatoren gibt es für eine riesige Zahl unterschiedlicher Anwendungen und Leistungsbereiche. Man findet sie z.B. in Baugruppen zur Impedanzanpassung in elektronischen Schaltungen der Hochfrequenztechnik, insbesondere aber in nahezu allen Einheiten zur Spannungsversorgung elektronischer Geräte (s. Abschnitt 14.3.6 und Abb. 11). Zum anderen bilden sie die Kernelemente in allen Relaisstationen der



Abb. 11

großräumigen Versorgung mit elektrischer Energie (s. Abschnitt 6.4.6)

(XXX: Der weitere Text des Abschnitts *Der Transformator* ist noch nicht verfügbar.)

6.4.4 Das Kraftwerk (-)

Wir behandeln nun die technischen Anlagen, die in der Lage sind, ständig einen elektrischen Energiestrom abzugeben, indem sie den hierfür erforderlichen Energiestrom aus einem ständig nachgefüllten Energiereservoir entnehmen. Die für diese Funktion erforderlichen Apparate haben wir z.T. bereits in diesem Kapitel 6.4 behandelt, z.T. werden wir sie erst in den nachfolgenden Kapiteln, insbesondere im Abschnitt 8.8.9 kennen lernen. Für eine Anlage mit dieser technischen Funktion haben sich - je nach der Größenordnung des maximal abgebbaren elektrischen Energiestroms - folgende Bezeichnungen eingebürgert:

- *Stromaggregate* (oft auch *Notstromaggregate*) mit einem maximalen elektrischen Energiestrom der Größenordnung $10 \cdot kW$; typische Einsatzgebiete sind mobile Stromversorgungen von Baustellen, Verkaufsständen etc. . Eine aktuelle Neuentwicklung sind *Mini-Blockheizkraftwerke* (XXX: Bezug nennen) für Einfamilienhäuser mit einem elektrischen Energiestrom von ca. $1 \cdot kW$.

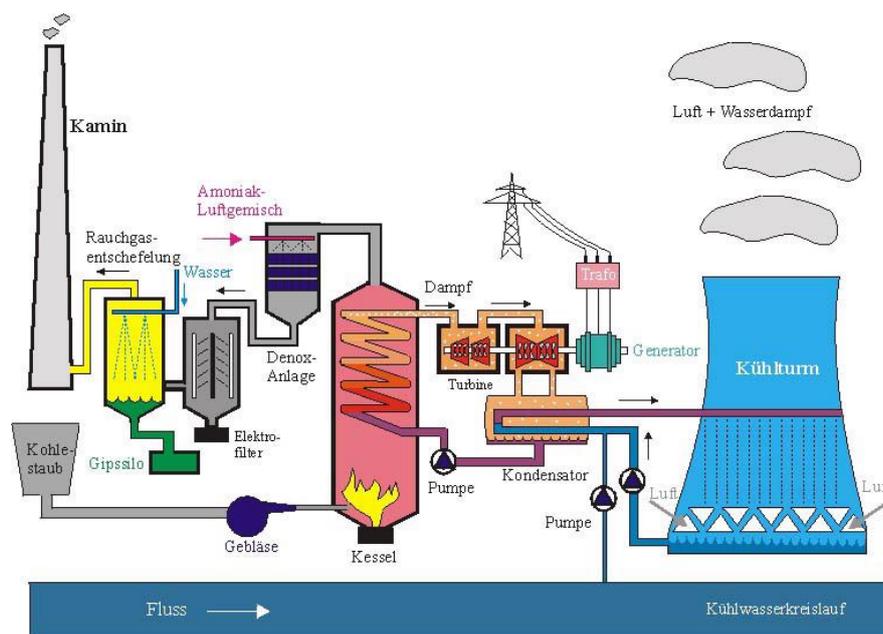


Abb. 12 Blockschema eines mit Kohle betriebenen Großkraftwerks (Quelle: Joachim Hertz Stiftung (www.leifiphysik.de); Reproduktion mit frdl. Genehmigung der J.Hertz Stiftung)

- *Kleinkraftwerke* mit einem maximalen elektrischen Energiestrom der Größenordnung $200 \cdot kW$ und schließlich
- *Großkraftwerke* oder einfach *Kraftwerke* mit einem maximalen elektrischen Energiestrom in der Größenordnung $1 \cdot GW$.

Die Abb. 12 zeigt die typische Blockstruktur eines (großen) Kraftwerks. Es besteht aus

- einem Wärmespeicher (in der Abb. 12 als *Kessel* bezeichnet), dessen Arbeitsmedium mit einem Brenner auf einer vorgegebenen Temperatur T_1 gehalten wird; der Brenner wird mit einem geeigneten Kraftstoff betrieben;
- einer Wärmekraftmaschine WKM (s. Abschnitt 8.8.9)(in der Abb. 12 als *Turbine* bezeichnet), die diesem Wärmespeicher den erforderlichen Wärmestrom entzieht und in einen mechanischen Energiestrom umwandelt;
- einem 2. Wärmespeicher (in der Abb. 12 als *Kondensator* bezeichnet), der den zwangsweise auftretenden Abwärmestrom der WKM bei einer vorgegebenen Temperatur T_2 aufnimmt und letztlich an einen Endabnehmer (heute meist ein Fluss oder die Atmosphäre) abgibt.

- einem Generator, der diesen mechanischen Energiestrom in einen elektrischen Energiestrom umwandelt;
- einem Transformator (in der Abb. 12 als *Trafo* bezeichnet), der die Spannung des vom Generator erzeugten elektrischen Energiestroms in die für den weiteren Transport geeignete Spannung umwandelt.

(XXX: Der weitere Text des Abschnitts *Das Kraftwerk* ist noch nicht verfügbar.)

6.4.5 Das Drehstromkonzept (-)

Bei der Behandlung der Elektromotors haben wir erkannt, dass er in der Version des Drehstrommotors eine konstruktiv begünstigte Variante mit vielen Vorteilen besitzt. Diese benötigt aber insgesamt 3 Wechselspannungsquellen, also 6 Leitungsanschlüsse. Diese 6 Anschlüsse bezeichnen wir wie folgt:

- u_1 und u_2 sind die Anschlüsse der 1. Wechselspannungsquelle mit der Spannung

$$U = U(u_1) - U(u_2) \quad (6.96)$$

- v_1 und v_2 sind die Anschlüsse der 2. Wechselspannungsquelle mit der Spannung

$$V = U(v_1) - U(v_2) \quad (6.97)$$

- w_1 und w_2 sind die Anschlüsse der 3. Wechselspannungsquelle mit der Spannung

$$W = U(w_1) - U(w_2) \quad (6.98)$$

Eine analoge Aussage gilt für die Stromerzeugung, die auch bevorzugt mit einem **Drehstrom**-Generator erfolgt. Damit bietet es sich an, elektrische Energieströme in der Form von Drehstrom zu erzeugen, also von 3 Wechselspannungsquellen U , V und W , die zueinander eine Phasenverschiebung von jeweils 120° haben, und diese 3 Wechselspannungsquellen dann auch jeweils gemeinsam über das Stromnetz zu verteilen.

Im einfachsten (aber in der Umsetzung unnötig aufwendigen) Fall sind diese 3 Wechselspannungen nicht durch eine zusätzliche Bedingung miteinander verknüpft. Dann werden zu deren Übertragung jeweils 6 Leitungen benötigt. Nun besteht aber keinerlei technische Notwendigkeit für diese völlige Entkopplung dieser 3 Spannungsquellen. Wir können vielmehr jeweils einen Pol einer Quelle mit einem Pol der nachfolgenden Quelle verbinden, ohne dass die Anwendungsvielfalt der Drehstromquelle eingeschränkt ist. Damit aber reduziert sich die Anzahl der erforderlichen Leitungen auf 4 anstelle von 6. Diese zyklische Verbindung der 3 Spannungsquellen kann auf 2 verschiedene Arten erfolgen, der *Dreieck*- und der *Sternschaltung*, s. Abb. 13. In

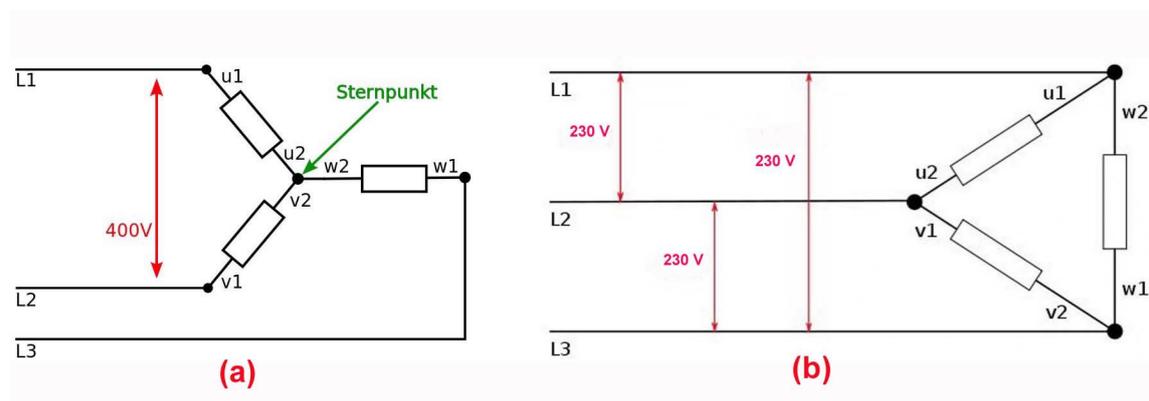


Abb. 13 Zusammenschaltung 3-er Spannungsquellen bzw. Verbraucher als
 (a) Dreieck-Schaltung (b) Sternschaltung

(Quelle: diese Abb. basiert auf den Bildern Sternschaltung und Dreieckschaltung aus der freien Enzyklopädie Wikipedia und unterliegt der GNU-Lizenz für freie Dokumentation in der Version 1.2; der Autor beider Bilder ist Curtis Newton)

diesen Abb.-en sind die 3 Verbraucher (z.B. die 3 Wicklungen eines Drehstrommotors) weiterhin mit den Buchstaben u , v , w gekennzeichnet und deren Anschlüsse entsprechend als u_1 und u_2 usw. . Die 3 an den Verbraucher geführten spannungsführenden Leitungen tragen dagegen die Kennzeichnung L_1 , L_2 , und L_3 . Für letztere ist oft auch die Kennzeichnung R , S , T üblich.

(XXX: Diese beiden Abb. sollen noch geeignet mit Diagrammen zur Berechnung von Strömen und Spannungen ergänzt werden. Diese Abb.-en und der zugehörige Text sind noch nicht verfügbar.)

Jede dieser beiden Schaltungsarten hat ihre spezifischen Vor- und Nachteile. Da es sich lediglich um eine Verknüpfung der jeweiligen Potentiale handelt, kann diese Verschaltung am Ausgang einer jeden Transformatorstation auch geändert werden.

In Deutschland und nahezu allen Ländern Europas sowie in vielen weiteren Ländern der Welt hat sich als Stromnetz auf dem Niveau des (nicht professionellen) Endverbrauchers weitgehend einheitlich ein 3-Phasen-Drehstromnetz in Sternschaltung mit einer Strangspannung von $220 \cdot V$ oder $230 \cdot V$ durchgesetzt. So besteht z.B. die typische Versorgungsleitung mit elektrischer Energie für ein 1-Familienhaus aus einem Kabel mit 5 Leitungen. Diese haben folgende Funktion:

Bezeichnung				
R	L1	Strang 1	grau	gr
S	L2	Strang 2	schwarz	sw
T	L3	Strang 3	braun	br
N		Nullleiter	blau	bl
PE		Schutzerde	grün/gelb	gn/gb

Die in der 3. Spalte angegebenen Farben sind die Färbungen des Isoliermaterials für die 5 Einzelkabel. Diese Farben und die technische Nutzung (Verdrahtung) der 5 Einzelkabel sind in einer 2006 überarbeiteten Norm festgeschrieben. Ältere Installationen können jedoch noch andere Farbcodierungen aufweisen.

Die Hausinstallation erfolgt dann in der Weise, dass jeder $230 \cdot V$ -Verbraucher (Steckdosen, Leuchten) an eine dieser Strangleitungen (R, S oder T) und an den Nullleiter angeschlossen wird und der Schutzkontakt (Gehäuse einer Leuchte, äußerer Mittenkontakt einer Steckdose) an die Schutz Erde PE (engl. *protection earth*). Bei korrekter Installation fließt also auf dem Schutzleiter **kein** elektrischer Strom, es sei denn, eines der angeschlossenen Geräte hat einen Defekt. Moderne Hausinstallationen besitzen ein Schutzschalter, der diesen Fall überprüft und bei einem derartigen sog. *Erdschluss* die gesamte Hausinstallation vom externen Versorgungsnetz abtrennt. Bei dieser Installation werden die verschiedenen Endverbraucher derart auf die 3 Stränge R, S und T verteilt, dass der Verbrauch auf ihnen im Mittel möglichst gleich ist, so dass auf dem Nullleiter nur ein geringer Ausgleichsstrom fließt. Dies reduziert die Leitungsverluste und erleichtert dem Betreiber des Stromnetzes (s. Abschnitt 6.4.6) die Optimierung des integralen Netzebetriebs.

Endverbraucher mit höherer Leistungsaufnahme, z.B. Elektroherde und Waschmaschinen, haben meist einen sog. Drehstromanschluss. An sie werden alle 3 Strangleitungen R, S und T angeschlossen (sowie N und PE). Dabei muss ggfls. auf die korrekte Folge der 3 Strangleitungen R, S und T geachtet werden, z.B. wenn diese Leitungen unmittelbar einen Drehstrommotor antreiben (s. Absatz S. 624).

6.4.6 Das Stromnetz (-)

In den industrialisierten Ländern ist nahezu jedes Gebäude, jede Industrieanlage an ein zentrales Versorgungsnetz für elektrische Energie angeschlossen. Lediglich einige wenige isolierte Einheiten z.B. im Hochgebirge oder auf Inseln weit entfernt vom Festland sind auf eine eigene Versorgung mit elektrischer Energie angewiesen. Dieses zentrale Versorgungsnetz besteht aus einer gewissen Anzahl von Kraftwerken (s. Abschnitt 6.4.4), die heute meist Großeinheiten im GW-Bereich sind, und einem Netz von Überlandleitungen, die die erzeugte elektrische Energie zu den Endverbrauchern leiten. Die technischen Daten dieser Überlandleitungen ergeben sich aus der betriebswirtschaftlichen Optimierung dieses Systems mit dem Ziel, die Betriebskosten möglichst klein zu halten. Diese ergeben sich aus den Investitionen, den Kosten für Betrieb und Instandhaltung der Anlagen und den Energieverlusten bei dem Transport der elektrischen Energie. Im Ergebnis wird die elektrische Spannung auf den Leitungen umso höher gewählt, je länger der zurückzulegende Weg ist. Der Spannungswert, unter dem der elektrische Energiestrom das Kraftwerk verlässt, beträgt maximal $30 \cdot kV$. Denn bei noch höheren Spannungen lassen sich die Spannungsüberschläge innerhalb des Generators und an seinen elektrischen Verbindungen zum Stromnetz nicht mehr beherrschen. Bei einer Nennleistung von $1 \cdot GW$ entspricht dies aber bereits einem Nennstrom von $33 \cdot kA$. Der private Endverbraucher nimmt die elek-

trischen Energieströme i.a. in Form von Drehstrom $3 \cdot 230 \cdot V$ ab. Die zwischen diesen beiden Endpunkten liegenden Leitungsstrecken haben folgende typischen Kenndaten:

Bezeichnung	typische Länge / km	U / kV
Überlandleitungen		380
mittlere Strecken		110
Ortsnetze		10 ... 20
Hausanschluss	< 0,1	0,380

Überlandleitungen werden auch heute ganz überwiegend als Freiluft-Leitungen installiert, s. Abb. 14: Eine Anzahl von Kabeln werden in ausreichendem Querab-

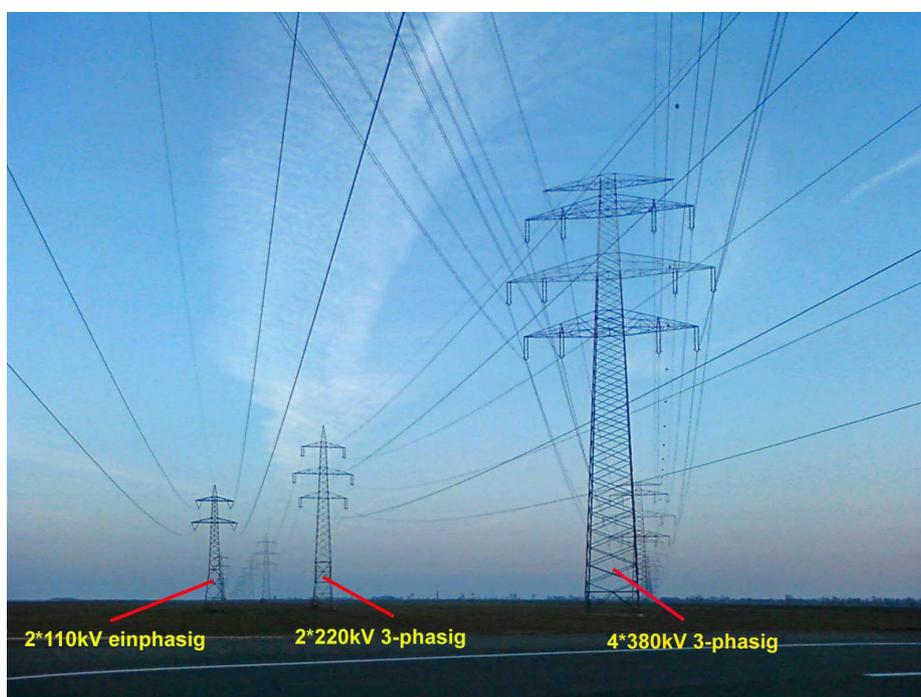


Abb. 14 Sich kreuzende Überlandleitungen bei Himberg (nahe Wien)
(Quelle: diese Abb. basiert auf einem Bild aus der Wikipedia Commons und unterliegt dem Creative Commons Attribution Share Alike 3.0 Unported; der Autor ist M. Dufek)

stand an sog. Hochspannungsmasten aufgehängt und von Mast zu Mast geführt. Jedes Kabel besteht aus einem als Leiterseil bezeichneten Stahlseil, das für die mechanische Festigkeit sorgt, und einer Umwicklung aus Al -Drähten als stromführende Leiter. Ein typischer Wert für die maximal zulässige Strombelastung eines jeden Seils ist

$$I_{\max} = 2 \cdot kA$$

Diese Konstruktion führt zu einer typischen Kapazität zwischen 2 Leitern der Größenordnung

$$\frac{C}{l} \approx 5 \dots 10 \cdot \frac{nF}{km}$$

Meist sind bei Freileitungen die induktiven Blindverluste dominant.

Überlandleitungen besitzen meist mehrere Leitungssysteme pro Mast, und jeder schaltungstechnische Einzelleiter besteht physikalisch aus einem Bündel von parallel geschalteten Einzelleitern. Um die Leitungsverluste möglichst niedrig zu halten, wird eine symmetrische Belastung der 3 Spannungsphasen angestrebt. Das ist in der Praxis jedoch nur eingeschränkt einstellbar. Daher werden die Belastungen in regelmässigen Abständen durch sog. Verdrillungsmasten wieder symmetrisiert.

In der Erde verlegte Kabel müssen wegen der erforderlichen elektrischen Isolierung als koaxiale Kabel ausgelegt sein und haben daher wesentlich höheren Kapazitätswerte als Freilandkabel. Daher können sie nur für Entfernungen $\leq 70 \cdot km$ eingesetzt werden, weil sonst die kapazitiven Blindverluste zu hoch werden.

Für jeden Übergang von einer Leitungsart zu einer anderen muss ein Transformator bzw. ein sog. *Umspannwerk* installiert werden. Diese beiden Bezeichnungen haben grundsätzlich dieselbe Bedeutung. Es hat sich lediglich eingebürgert, kleinere Einheiten, wie sie z.B. innerhalb eines Stadtteils zu finden sind, noch als Transformator(-station) zu bezeichnen, größere Einheiten, die als Freianlagen einen Flächenbedarf von einigen $10^3 \cdot m^2$ haben, dagegen als *Umspannwerke*, s. Abb. 15

Diese Struktur der Stromnetze ist das Ergebnis der technischen Entwicklung und der wirtschaftlichen Interessen der großen Stromkonzerne, wie sie sich über etwa $150 \cdot y$ hat ausprägen und verfestigen können. Die seit einigen Jahren verstärkter einsetzende Installation von Anlagen zur Erzeugung von elektrischer Energie aus erneuerbaren Quellen (Windkraftanlagen, Photovoltaik-Anlagen) und von Anlagen, die das Prinzip der sog. Kraft-Wärmekopplung nutzen, stellen das bisherige Konzept der großen, zentralen Stromnetze als ganzes in Frage. Denn alle diese neuen Anlagen sind primär kleinere Anlagen mit einer Nennleistung im *kW*- bis *MW*-Bereich, die überdies nicht zu jeder Zeit verfügbar sind. Aufgabe der noch zu entwickelnden und zu installierenden neuen Stromversorgungsnetze wird es daher **nicht mehr** sein, möglichst große Strecken kostengünstig zu überbrücken. Die neue Aufgabe kleiner, dezentraler Netze z.B. für eine Kleinstadt wird darin bestehen, die Gesamtheit der lokal verfügbaren Erzeugungseinheiten für elektrische Energie und die Gesamtheit des abgefragten Verbrauchs an elektrischer Energie zeitlich und von der Menge her so aufeinander abzustimmen, dass der abgefragte Verbrauch bei minimalem Aufwand wenn möglich vollständig abgedeckt werden kann. Nach erfolgreichem Abschluss dieser Umstellung werden die großen Überlandleitungen dann nur noch für einen gewissen geographisch bedingten Rest an Ausgleich von Produktionskapazität und Verbrauchsbedarf benötigt werden.



Abb. 15 Ausschnittaufnahme eines Umspannwerks

Die Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung (HGÜ) (-)

Bei den heute üblichen Überlandleitungen haben die im Betrieb auftretenden ohmschen Widerstandsverluste einerseits und die induktiv bzw. kapazitiv bedingten Verluste andererseits etwa dieselbe Größenordnung. Es ist daher naheliegend, auch die Alternative der **Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung (HGÜ)** ernsthaft in Erwägung zu ziehen, insbesondere seit es auch für diesen Bereich von elektrischen Spannungen und Strömen Halbleiter-Bauelemente gibt, mit denen die für dieses Konzept erforderlichen Umspann-Einheiten aufgebaut werden können. Eine HGÜ-Leitung zeigt dann nur noch ohmsche Widerstandsverluste, und die Elektromog-Frage (s. Abschnitt 7.17.7) stellt sich höchstens noch in Zusammenhang mit den Wechselrichtungs- und Gleichrichtungs-Einheiten am Ende einer jeden Leitung. Diese sind unverzichtbar, da die Einspeisung des elektrischen Energiestroms in das Netz der Endabnehmer in jedem Fall weiterhin als $380 \cdot V$ -Drehstrom erfolgen wird.

Übliche Betriebsspannungen von Hochspannungs-Gleichstromkabeln liegen im Bereich $100 \cdot kV$ bis $1 \cdot MV$. Dabei kommen oberhalb von $100 \cdot kV$ vermehrt gasisolierte Rohrleiter (GIL) zum Einsatz.

Im Zusammenhang mit der sog. *Energiewende*, dem für Deutschland beschlossenen Umstieg von der überwiegend brennstoff-orientierten Erzeugung von elektrischer Energie (Kohle- und Atomkern-Kraftwerke) zum Einsatz erneuerbarer Energiequellen

(Wind- und Wasser-Kraftwerke, Photovoltaik, Solarthermie), ist in Deutschland das HGÜ-Konzept in das Interesse eines großen Anteils der Bevölkerung gerückt. Seine Umsetzung stößt vermehrt auf lokalen Widerstand. Dieses Konzept ist aber keinesfalls neu und unerprobt. Bereits seit Beginn des 20. Jahrhundert wurden immer wieder an hierfür geeigneten Stellen HGÜ-Übertragungstrecken gebaut und blieben über Jahrzehnte erfolgreich in Betrieb. Aktuell arbeiten in Europa 30 derartige Übertragungstrecken. So ist z.B. seit 1994 das *baltic cable* in Betrieb, ein $450 \cdot kV$ -HGÜ-Seekabel von $250 \cdot km$ Länge, das von Lübeck–Herrenwyk nach Kruseberg (Schweden) führt.

(XXX: Der weitere Text des Abschnitts *Die Stromnetze* ist noch nicht verfügbar.)

6.5 Tipps, Tricks und Spezialitäten (-/-)

(XXX: Der Text des Kapitels *Tipps, Tricks und Spezialitäten* ist noch nicht verfügbar.)

6.6 Aufgaben (-/-)

1. (XXX: Der Text dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)
2. In Westeuropa hat sich als Standardwert für die elektrische Spannung des dem privaten Endverbraucher bereitgestellten Versorgungsnetzes der Wert $U_{eff} = 220 \cdot V$ durchgesetzt. Insbesondere in den USA hält man dagegen an dem Wert $U_{eff} = 110 \cdot V$ fest. Berechne den relativen Unterschied an Masse Kupfer, die im Endverbraucherbereich (Zuleitungskabel vom Endtransformator zu den Häusern und Verkabelung innerhalb der Häuser) verlegt ist. Nimm dafür an, dass in beiden Fällen dieselben relativen Energieverluste in den Leitungen nicht überschritten werden sollen.
3. XXX: Der Text dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)
4. weitere Aufgaben (XXX: Der Text der weiteren noch vorgesehenen Aufgaben ist noch nicht verfügbar.)

6.7 Zahlenwerte (-/-)

(XXX: Der Text des Kapitels *Zahlenwerte* ist noch nicht verfügbar.)

6.8 Literatur (-)

1. A. Einstein, W.J. de Haas, Experimenteller Nachweis der Existenz der Ampèreschen Molekularströme, Verh. d. deutschen Phys. Ges. (1915) S. 152 -170
2. J.C. Maxwell, A Dynamic Theory of the Electromagnetic Field, Philosophical Transactions of the Royal Society of London 155 (1865), p. 459-512 (verfügbar über www.journals.royalsoc.ac.uk)
3. J.C. Maxwell, A Treatise on Electricity and Magnetism, Oxford at the Clarendon Press 1873 (verfügbar über <http://en.wikisource.org/wiki>)
4. H. Hertz, Über sehr schnelle elektrische Schwingungen, Annalen der Physik 267 (7), 1887, S. 421-448
5. W.C. Röntgen, Über eine neue Art von Strahlen, vorläufige Mitteilung Aus den Sitzungsberichten der Würzburger Physik-med. Gesellschaft, Würzburg 1895 S. 137-147

(XXX: Die weiteren, noch vorgesehenen Literaturzitate sind noch nicht verfügbar.)