

## Heft 15

### ANHANG (-)

(XXX: Der Kopftext des Heftes *Anhang* ist noch nicht verfügbar.)

#### 15.1 (Eigentlicher Anhang) (-/-)

(XXX: Der Text des Kapitels *Eigentlicher Anhang* ist noch nicht verfügbar.)

#### 15.2 Lösungen der Aufgaben (-)

(XXX: Der Kopftext des Kapitels *Lösungen der Aufgaben* ist noch nicht verfügbar. Er wird auch den nachfolgenden Satz enthalten)

In den Beschreibungen der Lösungswege wird des öfteren folgendes potentielle Verständnis-Problem auftreten:

Wie allgemein üblich benutze ich auch an dieser Stelle für jede physikalische Einheit einen bestimmten Buchstaben als Kennzeichnung, z.B. den kleinen Buchstaben  $m$  als Kennzeichnung der physikalischen Größe *volumenbezogene Massendichte*. Zum anderen benötige bei der Angabe von konkreten Werten der relevanten physikalischen Größen auch eine Abkürzung für die benutzte Einheit. Es lässt sich häufig nicht vermeiden, dass eine Kennzeichnung für eine vorkommende Größe und eine Abkürzung für eine benutzte Einheit identisch sind. So steht z.B. der Buchstabe  $m$  einerseits für die *Massendichte* und andererseits für die Längeneinheit *Meter*. Und der Buchstabe  $A$  kann die Kennzeichnung einer Fläche sein, aber auch eine Abkürzung für die Einheit *Ampère* des elektrischen Stromes.

Normalerweise führt das nicht zu Verwirrungen. Bei den Lösungstexten zu den Aufgaben ist diesbezüglich jedoch besondere Aufmerksamkeit angebracht.

15.2.1 zu Heft 2: *Die besondere Denkweise des Physikers* (-)

#### Aufgabe 1

Teil (a): Wir gehen von einer mittleren Körpermasse eines Erwachsenen von  $70 \cdot kg$  aus. Der angegebene Mindestbedarf an Energie wird nahezu vollständig in Wärme umgesetzt und an die Umgebung abgegeben. Den Zusammenhang zwischen

den beiden Leistungseinheiten  $W$  und  $\frac{cal}{s}$  entnehmen wir einem Tabellenwerk, z.B. [8] aus Abschnitt 3. Also folgt

$$\begin{aligned} N &= \frac{1 \cdot kcal}{h \cdot kg_{Körpermasse}} \cdot \frac{70 \cdot kg_{Körpermasse}}{Mensch} \cdot \frac{1 \cdot W}{0,239 \cdot \frac{cal}{s}} \cdot \frac{10^3 \cdot cal}{1 \cdot kcal} \cdot \frac{1 \cdot h}{3,6 \cdot 10^3 \cdot s} \\ &= 81 \cdot \frac{W}{Mensch} \end{aligned} \quad (15.1)$$

Dieser beeindruckend hohe Wert macht z.B. verständlich, dass große Säle für mehrere 1000 Besucher im Winter schnell überheizt sind, wenn nicht mit dem Eintreffen der Besucher ausreichend schnell und deutlich die Leistung der Raumheizung gedrosselt wird, sei es manuell oder dank eines auch bei dieser starken Änderung der Störgrößen (s. Absatz S. 1907) verlässlich arbeitenden Regelungssystem für die Raumheizung.

Teil (b): Als Heizwert von Benzin nehmen wir den Mittelwert der im Kapitel 8.11 angegebenen Spannweite von Werten:

$$H(\text{Benzin}) \approx 42 \cdot \frac{MJ}{kg} \quad (15.2)$$

Den Energieverbrauch des Radfahrers von  $1,4 \cdot kW$  wollen wir mit dem Verbrauch eines Kfz vergleichen. Hierzu schätzen wir den Wirkungsgrad des Kfz-Motors ab zu

$$\eta_{\text{Motor}} = \frac{\text{mech. Energie}}{\text{chem. Energie}} \approx 0,3 \quad (15.3)$$

Wenn eine mechanische Leistung von  $1,4 \cdot kW$  bei einer Geschwindigkeit von  $43 \cdot \frac{km}{h}$  bereitgestellt wird, ergibt sich bei einem Kfz-Motor ein Benzinverbrauch von

$$W = \frac{1,4 \cdot kW}{0,3} \cdot \frac{kg}{42 \cdot MJ} \cdot \frac{ltr}{0,87 \cdot kg} \cdot \frac{h}{43 \cdot km} \quad (15.4)$$

Diese Gl. multiplizieren wir nun wieder mit den geeigneten Ausdrücken vom Wert 1 :

$$\begin{aligned} W &= \frac{1,4 \cdot kW}{0,3} \cdot \frac{kg}{42 \cdot MJ} \cdot \frac{ltr}{0,87 \cdot kg} \cdot \frac{h}{43 \cdot km} \\ &\quad \cdot \frac{1 \cdot MJ}{10^6 J} \cdot \frac{1 \cdot J}{10^{-3} \cdot kW \cdot s} \cdot \frac{3,6 \cdot 10^3 \cdot s}{1 \cdot h} \\ &= 0,0107 \cdot \frac{ltr}{km} = 1,07 \cdot \frac{ltr}{100 \cdot km} \end{aligned} \quad (15.5)$$

Die "Maschine" (Mensch + Fahrrad) ist offensichtlich ein sehr sparsames "Kfz".

## Aufgabe 2

Wir verwenden für die nachfolgende Abschätzung Werte, die den Anteil der Beleuchtung am gesamten Verbrauch eher über- als unterbewerten. Ein moderner Pkw hat bei einer konstanten Geschwindigkeit von  $90 \cdot \frac{km}{h}$  einen Kraftstoffverbrauch in der Größenordnung  $6 \cdot \frac{ltr}{100 \cdot km}$ . Den Heizwert von Dieselkraftstoff entnehmen wir dem Kapitel 8.11 und berücksichtigen noch dessen Dichte von etwa  $0,87 \cdot \frac{kg}{ltr}$ . Der Verbrauch an elektrischer Energie für die Beleuchtung (Abblendlicht+Rücklicht) beträgt etwa  $2 \cdot (60 \cdot W + 20 \cdot W) = 160 \cdot W$ . Den Wirkungsgrad des Motors schätzen wir ab zu

$$\eta_{\text{Motor}} = \frac{\text{mech. Energie}}{\text{chem. Energie}} \approx 0,3 \quad (15.6)$$

und den der Lichtmaschine zu 0,8. Insgesamt erzeugt demnach die Beleuchtung einen Treibstoffverbrauch von etwa

$$W_2 = \frac{160 \cdot W}{0,3 \cdot 0,8} \approx 0,7 \cdot kW \quad (15.7)$$

Dieser Zahlenwert ist zu vergleichen mit dem zur Aufrechterhaltung der Geschwindigkeit des Fahrzeugs erforderlichen Verbrauch von

$$\begin{aligned} W_1 &= \frac{6 \cdot ltr}{100 \cdot km} \cdot 90 \cdot \frac{km}{h} \cdot \frac{40,5 \cdot MJ}{kg} \cdot \frac{0,87 \cdot kg}{ltr} \\ &\quad \cdot \frac{1 \cdot W \cdot s}{1 \cdot J} \cdot \frac{10^6 \cdot J}{1 \cdot MJ} \cdot \frac{1 \cdot h}{3,6 \cdot 10^3 \cdot s} \\ &= 57 \cdot kW \end{aligned} \quad (15.8)$$

Das auf diese Weise abgeschätzte Verhältnis

$$\frac{W_2}{W_1} = 0,012 \quad (15.9)$$

zeigt, dass die Beleuchtung eines Kraftfahrzeugs dessen Kraftstoffverbrauch nicht signifikant erhöht.

#### Aufgabe 4

Auch bei dieser Aufgabe wird nach einer Energiebilanz gefragt, nämlich der Bilanz zwischen der benötigten zusätzlichen mechanischen Energie und der hierfür erforderlichen chemischen Energie in Form von Makkaroni:

$$\eta \cdot M_{\text{Makk.}} \cdot e = M_{\text{Mensch}} \cdot g \cdot \Delta z \Rightarrow \quad (15.10)$$

$$\begin{aligned} M_{\text{Makk.}} &= \frac{M_{\text{Mensch}} \cdot g \cdot \Delta z}{\eta \cdot e} = \frac{70 \cdot kg \cdot 9,81 \cdot \frac{m}{s^2} \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot m}{0,25 \cdot 7 \cdot 10^3 \cdot \frac{kJ}{kg} \cdot \frac{10^3 \cdot kg \cdot m^2}{1 \cdot kJ \cdot s^2}} \\ &= 1,6 \cdot kg \end{aligned} \quad (15.11)$$

Ein Radrennfahrer, der eine der sog. Königsetappen der Tour de France ohne einen körperlichen Zusammenbruch überstehen will, die hierfür erforderlichen zusätzlichen

Energiereserven dem Körper aber ausschließlich dadurch zuführen will, dass er am Abend vor dem Rennen eine Extraportion an Makkaroni mit Tomatensauce isst, muss etwa  $1,6 \cdot kg$  an Makkaroni zusätzlich zu seinem üblichen Abendessen zu sich nehmen.

### 15.2.2 zu Heft 3: Mechanik (-)

#### Aufgabe 1

Die Venus ist einer der sog. inneren Planeten. Ihre Bahn verläuft in kürzerer Entfernung zur Sonne als die der Erde. Daher ist sie für einen Beobachter auf der Erde immer relativ nahe an der Sonne positioniert. Da die Planeten nur erkennbar sind, wenn die Sonne bereits (oder noch) hinter dem Horizont verschwunden ist, ist die Venus jeweils nur kurz nach Sonnenuntergang (Abendstern) oder kurz vor Sonnenaufgang (Morgenstern) sichtbar. Der maximale Winkel, der von den Objekten Venus/Erde/Sonne gebildet werden kann, ist gegeben, wenn der Winkel Venus/Sonne/Erde gerade  $\frac{\pi}{2}$  beträgt. Es gilt daher

$$\sin(\alpha_{\max}) = \frac{\text{Abstand Venus/Sonne}}{\text{Abstand Erde/Sonne}} = \frac{0,723 \cdot AE}{1 \cdot AE} = 0,723 \Rightarrow \quad (15.12)$$

$$\alpha_{\max} = 13,3^\circ \quad (15.13)$$

#### Aufgabe 2

Wir betrachten eine beliebige natürliche Zahl  $n$  und beginnen die Beweisführung mit einer Fallunterscheidung:

(a)  $n$  ist nur durch sich selbst und durch 1 teilbar. Dann ist  $n$  per Definition eine Primzahl und steht daher nicht in Widerspruch zu der zu beweisenden Aussagen.

Wir können uns also jetzt auf den komplementären Fall beschränken:

(b) Es existiert zumindest eine natürliche Zahl  $f_1 \in \check{\mathbb{N}}$ , durch die  $n$  teilbar ist:

$$\frac{n}{f_1} = r_1 \in \check{\mathbb{N}} \quad (15.14)$$

An dieser Stelle führen wir erneut eine Fallunterscheidung durch:

(ba)  $r_1$  ist nur durch sich selbst und durch 1 teilbar. Dann ist  $r_1$  per Definition eine Primzahl und es gilt

$$n = f_1 \cdot r_1 \quad (15.15)$$

In diesem Fall brechen wir diese 1. Beweiskette ab und setzen den Beweis an der Stelle (E1) fort. Anderenfalls gilt:

(bb) Es existiert zumindest eine natürliche Zahl  $f_2 \in \check{\mathbb{N}}$ , durch die  $r_1$  teilbar ist:

$$\frac{r_1}{f_2} = r_2 \in \check{\mathbb{N}} \quad (15.16)$$

Diese Folge von Beweisschritten mit Fallunterscheidung setzen wir solange fort, bis wir auf einer Alternative (b ... ba) angekommen sind. Dann haben wir gezeigt, dass gilt:

$$n = \prod_{i=1}^k f_i \tag{15.17}$$

In dieser Faktorzerlegung sind die Faktoren  $f_i$  noch nicht zwangsläufig Primzahlen. Wir betrachten nun in aufsteigender Folge von  $i$  die erste Zahl  $f_i$ , die keine Primzahl ist. An dieser Zahl führen wir nun nach der oben geschilderten konstruktiven Methode eine Faktorzerlegung durch. Danach führen wir dieselben Schritte mit den übrigen Zahlen  $f_i$  aus, die ebenfalls keine Primzahlen sind. In dem Produkt 15.17 ersetzen wir nun jede dieser Zahlen  $f_i$  durch sein nun gefundenes Zerlegungsprodukt. Danach prüfen wir, ob nun alle verwendeten Faktoren in Gl. 15.17 Primzahlen sind. Anderenfalls wiederholen wir den oben erläuterten Schritt. Im Endergebnis haben wir konstruktiv die Primzahlzerlegung von  $n$  gefunden. Die Eindeutigkeit dieser Zerlegung folgt unmittelbar aus der Reflexivität der Multiplikation in  $\mathbb{N}$ .

### Aufgabe 3

In der vorgegebenen und "angelösten" Sudoku-Aufgabe wenden wir uns nun dem mit einem roten Kreis markierten Feld zu, das sich in dem mittleren Quadranten der linken Spalte befindet (s. Abb. 1). Für dieses Feld sind nur die Ziffern 1 oder 9 möglich. Wir nehmen die Ziffer 1 als richtig an. Dann folgen in der Reihenfolge der

		4				8		5
8						5	2	4
	5			8	4		9	
		2				4	5	7
3	4	1	5	6	7	1	8	2
5	7	8	1	4		3	6	1
	8		9	5			4	
		3	4			5		8
4		5						

Abb. 1 Bearbeitung der Sudoku-Aufgabe

eingezeichneten Pfeile die als kleine rote Ziffern eingetragenen Werte. Danach ist aber in der 3. Zeile von unten kein Platz mehr für eine 2. Auf Grund dieses Widerspruchs folgt, dass zu dem mit einem roten Kreis markierten Feld keine 1, sondern eine 9 gehört.

**Aufgabe 4**

(XXX: Der Lösungstext zu dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

**Aufgabe 6**

Zu beweisen ist die Aussage, dass für die Summe der Quadrate der Richtungscosini gilt:

$$\left(\zeta_i^{(x)}\right)^2 + \left(\zeta_i^{(y)}\right)^2 + \left(\zeta_i^{(z)}\right)^2 = 1 \quad (15.18)$$

Wir betrachten hierzu die Abb. 7, aus der die definition dieser Größen unmittelbar zu erkennen ist.

(XXX: Der weitere Lösungstext zu dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

**Aufgabe 5**

Gegeben sei also eine beliebige Untermenge  $\mathbf{U} \subset M$ . Enthält diese keine Randpunkte, gilt also

$$Rd(\mathbf{U}) = \mathbf{0} \quad (15.19)$$

so ist der Beweis der Aussage

$$Rd(Rd(\mathbf{U})) = \mathbf{0} \quad (15.20)$$

trivial. Denn es gilt auf Grund der Definition der Randmenge für jede beliebige Menge  $\mathbf{U}$

$$Rd(\mathbf{U}) \subset \mathbf{U} \quad (15.21)$$

Wir nehmen also jetzt an, dass die Randmenge  $Rd(\mathbf{U})$  zumindest aus einem Punkt  $R$  besteht. Um den Begriff der Randmenge unverändert zu bewahren, müssen wir für das Folgende die Menge  $Rd(\mathbf{U})$  als Grundmenge interpretieren. Die jetzt betrachteten Umgebungen sind also offene Teilmengen dieser Menge  $Rd(\mathbf{U})$ . Dann aber ist die betrachtete Menge mit der Grundmenge identisch und demzufolge definitionsgemäß offen. Der Rand einer offenen Menge ist aber leer, q.e.d. .

**Aufgabe 7**

Es gilt zu beweisen, dass bei jeder Folge  $(x_n)$ , die gegen einen vorgegebenen Wert  $\xi$  konvergiert, die Folge  $\left(\frac{y_n - y(\xi)}{x_n - \xi}\right)$ , die aus  $(x_n)$  über die Funktion  $y = x^k$  entsteht, gegen den Wert  $k \cdot \xi^{k-1}$  konvergiert. Hierzu wählen wir eine Folge

$$(x_n) = \xi + \frac{1}{n} \quad (15.22)$$

und berechnen zunächst die Folge

$$\begin{aligned} (y_n) &= \left(\xi + \frac{1}{n}\right)^k = \sum_{\nu=0}^k \binom{k}{\nu} \cdot \xi^{k-\nu} \cdot n^{-\nu} \\ &= \xi^k + k \cdot \xi^{k-1} \cdot n^{-1} + \sum_{\nu=2}^k \binom{k}{\nu} \cdot \xi^{k-\nu} \cdot n^{-\nu} \end{aligned} \quad (15.23)$$

Daraus ergibt sich die Folge der Differenzenquotienten

$$\left(\frac{y_n - y(\xi)}{x_n - \xi}\right) = k \cdot \xi^{k-1} + \sum_{\nu=2}^k \binom{k}{\nu} \cdot \xi^{k-\nu} \cdot n^{-\nu+1} \quad (15.24)$$

Die in diesem Ausdruck auftretende endliche Summe schätzen wir einerseits nach oben ab, indem wir jeden Summanden durch seinen Absolutwert ersetzen (Schwarzsche Ungleichung),

$$\sum_{\nu=2}^k \binom{k}{\nu} \cdot \xi^{k-\nu} \cdot n^{-\nu+1} \leq \sum_{\nu=2}^k \binom{k}{\nu} \cdot |\xi^{k-\nu}| \cdot n^{-\nu+1} \quad (15.25)$$

Den größten der  $k - 1$  Werte  $|\xi^{k-\nu}| \cdot n^{-\nu+1}$  wollen wir mit  $M$  bezeichnen. Da  $n > 1$ , gilt offenbar

$$\sum_{\nu=2}^k \binom{k}{\nu} \cdot \xi^{k-\nu} \cdot n^{-\nu+1} \leq \frac{k-1}{n} \cdot M \quad (15.26)$$

Wählen wir nun zu einer beliebig vorgegebenen kleinen Zahl  $\varepsilon$  eine natürliche Zahl  $N$  derart, dass

$$N > \frac{M \cdot (k-1)}{\varepsilon} \quad (15.27)$$

so gilt:

$$n > N \Rightarrow \left(\frac{y_n - y(\xi)}{x_n - \xi}\right) - k \cdot \xi^{k-1} < \varepsilon \quad (15.28)$$

D.h. die Folge

$$\left(\left(\frac{y_n - y(\xi)}{x_n - \xi}\right) - k \cdot \xi^{k-1}\right) \quad (15.29)$$

ist eine Nullfolge. Wegen der Vollständigkeit des Körpers der reellen Zahlen gilt dann

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{y_n - y(\xi)}{x_n - \xi}\right) = k \cdot \xi^{k-1} \quad (15.30)$$

## Aufgabe 10

Wir berechnen zunächst das Volumen des Torus. Hierzu geben wir die Darstellung seiner Mittellinie in einem ebenen Polarkoordinatensystem  $(\rho, \varphi)$  an, s. Abb. XXX (XXX: diese Abb. ist noch nicht verfügbar.) :

$$\rho(\varphi) = \text{const} = R \quad (15.31)$$

In der durch diesen Punkt  $\rho(\varphi)$  und senkrecht zu seiner Mittellinie verlaufenden Ebene füllt der betrachtete Torus die Fläche

$$A(\varphi) = \text{const} = \pi \cdot r^2 \quad (15.32)$$

aus. Das Volumen des Torus beträgt daher (s. Gl. XXX)

$$V = \int_0^{2\pi} \pi \cdot r^2 \cdot R \cdot d\varphi = 2 \cdot \pi^2 \cdot r^2 \cdot R \quad (15.33)$$

Als nächstes berechnen wir das Volumen eines Torusabschnitts der Höhe  $h$ , s. wieder Abb. XXX. Hierzu verwenden wir weiterhin die Darstellung der Mittellinie des Torus in der Form gem. Gl. 15.31 und berechnen zunächst die Fläche, die der Torusabschnitt in der durch den Punkt  $\rho(\varphi; h'(\varphi) = h \cdot XXX)$  und senkrecht zu seiner Mittellinie verlaufenden Ebene ausfüllt. Diese Fläche bildet einen Kreisabschnitt des Kreises mit dem Radius  $r$  und der Höhe

$$A(\varphi) = \frac{r^2}{2} \cdot XXX$$

(XXX: Der weitere Lösungstext dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

### Aufgabe 15

Zur Reduzierung der Schreibaarbeit setzen wir für die nachfolgenden Rechnungen o.B.d.A.

$$\vec{r}_0 = 0 \Rightarrow (\vec{r} - \vec{r}_0) = \vec{r} \quad (15.34)$$

Wir berechnen das gemischte Produkt

$$d\vec{v} * (\vec{v} \times \vec{r}) = a(\vec{r}) \cdot dt \cdot \vec{r} * (\vec{v} \times \vec{r}) = 0 \quad (15.35)$$

D.h. diese 3 Vektoren liegen in einer Ebene. Sofern also  $\vec{v}$  und  $\vec{r}$  nicht selbst schon kollinear sind, spannen diese beiden Vektoren die gesuchte Ebene auf. Anderenfalls ist diese Ebene zu einer Linie entartet, d.h. die Zentralbewegung verläuft entlang einer Linie.

Wir berechnen nun den Ausdruck

$$\frac{d}{dt}(\vec{v} \times \vec{r}) = \frac{d\vec{v}}{dt} \times \vec{r} + \vec{v} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = a(\vec{r}) \cdot (\vec{r} \times \vec{r}) + \vec{v} \times \vec{v} = 0 \quad (15.36)$$



Denn das Vektorprodukt eines jeden Vektors mit sich selbst verschwindet.

### Aufgabe 17

Die Umlaufzeit des Jupiters um die Sonne ist mit  $11,86 \cdot y$  wesentlich länger als die der Erde. Deswegen dürfen wir für die nachfolgende Diskussion die Position des Jupiters relativ zur Erde in 1. Näherung als konstant annehmen. Dann bewegt sich während des Beobachtungsjahres die Erde relativ zu der (annähernd) fixen Position von Sonne und Jupiter. Außerdem ist der Radius der Jupiterbahn ebenfalls groß gegen den der Erde, so dass wir die Entfernung zwischen Erde und Jupiter durch deren Projektion auf die Verbindungslinie Jupiter-Sonne annähern dürfen, s. Abb. XXX. (XXX: Diese Abb. ist noch nicht verfügbar.) In dieser Näherung beträgt die Entfernung Erde-Jupiter (s. wieder Abb. XXX)

$$a_{E-J} \approx R_J + R_E \cdot \sin \varphi \quad (15.37)$$

$$\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{t}{T_E} \quad (15.38)$$

Die Laufzeit des Lichtes vom Jupiter bis zur Erde ist aber

$$\tau = a_{E-J} \cdot c_0 \quad (15.39)$$

Jede Änderung dieser Laufzeit wird auf der Erde als zeitliche Verschiebung des zugehörigen Ereignisses beobachtet.  $c_0$  ist die gesuchte Vakuum-Lichtgeschwindigkeit. Diese lässt sich damit aus der gemessenen Oszillationsamplitude errechnen,

$$c_0 = \frac{1,496 \cdot 10^{11} \cdot m}{499,0 \cdot s} = 2,998 \cdot 10^8 \cdot \frac{m}{s} \quad (15.40)$$

Die dieser Oszillation überlagerten Veränderungen der Io-Aufgänge resultieren aus den bei der bisherigen Näherung nicht berücksichtigten Effekten, insbesondere also aus der Jupiterbewegung relativ zur Erde.

### Aufgabe 19

Die geometrische Konfiguration bei der Anwendung des Daumensprungverfahrens ist in der Abb. 2 skizziert: Die Entfernung zwischen den Augen und dem Daumen sei  $l$ , der Augenabstand  $a$  und die gesuchte Objektentfernung  $x$ . Die reale Daumenbreite sei  $b$ . Die alternative Peilung mit dem rechten bzw. linken Auge verschiebt den Daumen in der Objektebene um die Strecke  $y$ . Diese ist nicht direkt messbar, wohl aber das Verhältnis dieser Größe  $y$  zur scheinbaren Daumenbreite  $\delta y$  in derselben Ebene,

$$N = \frac{y}{\delta y} \quad (15.41)$$

Durch Anwendung des Strahlensatzes erhalten wir unmittelbar

$$\frac{N \cdot b}{x - l} = \frac{a}{x} \Rightarrow x = \frac{l}{1 - N \cdot \frac{b}{a}} \quad (15.42)$$

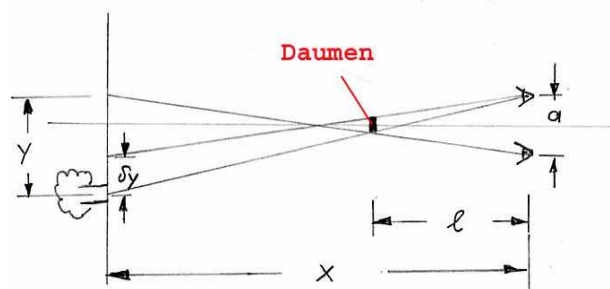


Abb. 2 Strahlengang beim sog. Daumensprungverfahren

Wenn

$$b \approx 2,5 \cdot \text{cm}; \quad a \approx 7,5 \cdot \text{cm}; \quad l \approx 0,5 \cdot \text{m} \quad \Rightarrow \quad (15.43)$$

$$x \approx \frac{0,5 \cdot \text{m}}{1 - \frac{N}{3}} \quad (15.44)$$

In dieser Einfachstversion ist die Methode offenbar nur zur Abschätzung relativ kurzer Entfernungen bis zu wenigen Metern geeignet. Anderenfalls wird der relative Fehler des Nenners in der Gl. 15.44 zu groß.

(XXX: Der Text zur Lösung des 2. Teils der Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

### Aufgabe 20

Wir eliminieren aus den beiden Gl. 3.572 und 3.575 die Variable  $\vec{r}^*$  und erhalten

$$\gamma \cdot \vec{r} - \gamma \cdot t \cdot \vec{v} = \frac{1}{\gamma} \cdot \vec{r} - t^* \cdot \vec{v} \quad \Rightarrow \quad (15.45)$$

$$t^* \cdot \vec{v} = \left( \frac{1}{\gamma} - \gamma \right) \cdot \vec{r} + \gamma \cdot t \cdot \vec{v} \quad (15.46)$$

Die Gl. multiplizieren wir auf beiden Seiten skalar mit  $\vec{v}$ :

$$t^* \cdot |\vec{v}|^2 = \left( \frac{1}{\gamma} - \gamma \right) \cdot \vec{r} * \vec{v} + \gamma \cdot t \cdot |\vec{v}|^2 \quad \Rightarrow \quad (15.47)$$

$$t^* = \gamma \cdot \left[ t - \frac{\vec{r} * \vec{v}}{|\vec{v}|^2} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\gamma^2} \right) \right] \quad (15.48)$$

Wir berechnen hieraus den Ausdruck  $(c_0 \cdot t^*)^2$ :

$$(c_0 \cdot t^*)^2 = \gamma^2 \cdot c_0^2 \cdot t^2 - 2 \cdot t \cdot \gamma^2 \cdot \left( 1 - \frac{1}{\gamma^2} \right) \cdot \frac{c_0^2}{|\vec{v}|^2} \cdot \vec{r} * \vec{v} + \gamma^2 \cdot \frac{c_0^2}{|\vec{v}|^2} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\gamma^2} \right)^2 \cdot |\vec{r}|^2 \quad (15.49)$$

sowie aus der Gl. 3.572

$$\left| \vec{r}^* \right|^2 = \gamma^2 \cdot |\vec{r}|^2 - 2 \cdot \gamma^2 \cdot t \cdot \vec{r} * \vec{v} + \gamma^2 \cdot t^2 \cdot |\vec{v}|^2 \quad (15.50)$$

und fassen diese beiden Ausdrücke zusammen:

$$\begin{aligned} \left| \vec{r}^* \right|^2 - (c_0 \cdot t^*)^2 &= |\vec{r}|^2 \cdot \left[ \gamma^2 - \gamma^2 \cdot \left( 1 - \frac{1}{\gamma^2} \right)^2 \cdot \frac{c_0^2}{|\vec{v}|^2} \right] \\ &\quad - c_0^2 \cdot t^2 \cdot \left[ \gamma^2 - \gamma^2 \cdot \frac{|\vec{v}|^2}{c_0^2} \right] \\ &\quad - 2 \cdot \gamma^2 \cdot t \cdot \vec{r} * \vec{v} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{\gamma^2} \right)^2 \cdot \frac{c_0^2}{|\vec{v}|^2} \right] \end{aligned} \quad (15.51)$$

Wegen der Gl. 3.568 und 3.570 muss aber gelten

$$\left| \vec{r}^* \right|^2 - (c_0 \cdot t^*)^2 = |\vec{r}|^2 - (c_0 \cdot t)^2 \quad (15.52)$$

D.h. es muss gelten

$$\left[ \gamma^2 - \gamma^2 \cdot \left( 1 - \frac{1}{\gamma^2} \right)^2 \cdot \frac{c_0^2}{|\vec{v}|^2} \right] = \left[ \gamma^2 - \gamma^2 \cdot \frac{|\vec{v}|^2}{c_0^2} \right] = 1 \quad (15.53)$$

$$\left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{\gamma^2} \right)^2 \cdot \frac{c_0^2}{|\vec{v}|^2} \right] = 0 \quad (15.54)$$

Wir schließen zunächst

$$\left[ \gamma^2 - \gamma^2 \cdot \frac{|\vec{v}|^2}{c_0^2} \right] = 1 \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{|\vec{v}|^2}{c_0^2}}} \quad (15.55)$$

und stellen danach fest, dass unter dieser Bedingung die anderen beiden Beziehungen ebenfalls erfüllt sind.

### Aufgabe 21

Wir benutzen die Beziehung

$$|\vec{v}_{Obj} - \vec{v}| \leq v_{Obj} + v \quad (15.56)$$

Zum Beweis der Ungl. 3.613 genügt es also, den Fall zu betrachten, in dem  $\vec{v}_{Obj}$  und  $\vec{v}$  dieselbe Richtung, aber entgegengesetzten Richtungssinn haben, so dass in der obigen Ungl. das Gleichheitszeichen gilt. Dann wird die Gl. 3.611 zu

$$v_{Obj}^* = \frac{v_{Obj} + v}{1 + \frac{v_{Obj} \cdot v}{c_0^2}} \quad (15.57)$$

Diese Funktion  $v_{Obj}^*(v_{Obj}, v)$  ist monoton steigend bzgl. beider Variablen:

$$\frac{\partial v_{Obj}^*(v_{Obj}, v)}{\partial v} = \frac{\left(1 + \frac{v_{Obj} \cdot v}{c_0^2}\right) - (v_{Obj} + v) \cdot \frac{v_{Obj}}{c_0^2}}{\left(1 + \frac{v_{Obj} \cdot v}{c_0^2}\right)^2} = \frac{1 - \frac{v_{Obj}^2}{c_0^2}}{\left(1 + \frac{v_{Obj} \cdot v}{c_0^2}\right)^2} > 0 \quad (15.58)$$

Sie nimmt also z.B. bzgl.  $v_{Obj}$  ihren höchsten Wert bei  $v_{Obj} \lesssim c_0$  an, nämlich

$$v_{Obj} \lesssim c_0 \quad \Rightarrow \quad v_{Obj}^* \approx \frac{c_0 + v}{1 + \frac{c_0 \cdot v}{c_0^2}} \approx \frac{c_0}{1} = c_0 \quad (15.59)$$

Eine analoge Aussage gilt für  $v$ . Damit aber ist bereits gesichert, dass

$$v_{Obj}^* \leq c_0 \quad \forall \quad v_{Obj}, v \leq c_0 \quad (15.60)$$

## Aufgabe 22

Zur Beschreibung dieses zentralsymmetrischen Problems verwenden wir ein räumliches Polarkoordinatensystem (s. Abschnitt 3.1.14) und legen den Ursprung in den Schwerpunkt der Massenverteilung  $m^*(\vec{r})$ . Die Koordinate  $\rho$  dieses Systems legen wir in die zum Aufpunktvektor  $\vec{r}$  senkrechte Ebene. Dann ist der Winkel zwischen dem aktuell betrachteten Ortsvektor  $\vec{r}'$  der Massenverteilung  $m^*(\vec{r})$  und dem Aufpunktvektor  $\vec{r}$  mit dem Winkel  $\vartheta$  dieses Koordinatensystems identisch. Durch Einsatz der in Abschnitt 3.1.14 angegebenen Rechenregeln zur Integration in beliebigen Koordinatensystemen erhalten wir

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r^{n+1}} \cdot \int_{V_0} m^*(\vec{r}') \cdot (r')^n \cdot P_n(\cos \vartheta) \cdot d^3 r' \\ &= \frac{1}{r^{n+1}} \cdot \int_{V_0} m^*(\rho) \cdot \rho^n \cdot P_n(\cos \vartheta) \cdot \rho^2 \cdot \sin \vartheta \cdot d\rho \cdot d\varphi \cdot d\vartheta \\ &= \frac{1}{r^{n+1}} \cdot \int_{\rho} m^*(\rho) \cdot \rho^{n+2} \cdot d\rho \cdot \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} d\varphi \cdot \int_{\vartheta=0}^{\vartheta=\pi} P_n(\cos \vartheta) \cdot \sin \vartheta \cdot d\vartheta \quad (15.61) \end{aligned}$$

Das Integral über  $\vartheta$  berechnen wir durch die Variablensubstitution

$$\cos \vartheta = z \quad \Rightarrow \quad \int_{\vartheta=0}^{\vartheta=\pi} P_n(\cos \vartheta) \cdot \sin \vartheta \cdot d\vartheta = \int_{z=-1}^{z=+1} P_n(z) \cdot dz = 0 \quad \forall n > 0 \quad (15.62)$$

(s. Absatz *Die Legendre-Polynome* auf S. 661). Damit aber verschwinden die Integralterme in der Gl. 3.682  $\forall n > 0$ , q.e.d. .

**Aufgabe 23**

In einem Inertialsystem, in dem der Billardtisch ruht, haben die Kugeln im Anfang die Geschwindigkeiten

$$v_1^{(a)} = v \ ; \ v_2^{(a)} = -v \quad (15.63)$$

Die Energie- und Impulserhaltung führt unabhängig von der Wahl des Inertialsystems auf die Beziehung

$$\left(v_1^{(a)}\right)^2 + \left(v_2^{(a)}\right)^2 = \left(v_1^{(e)}\right)^2 + \left(v_2^{(e)}\right)^2 \quad (15.64)$$

$$v_1^{(a)} + v_2^{(a)} = v_1^{(e)} + v_2^{(e)} \quad (15.65)$$

Unter den durch die Gl. 15.63 vorgegebenen Anfangsbedingungen gibt es daher für den Endzustand nur die Lösung

$$v_1^{(e)} = -v \ ; \ v_2^{(e)} = v \quad (15.66)$$

Die Geschwindigkeit beider Kugeln hat das Vorzeichen gewechselt. Der Energie- und Impulsübertrag von der Kugel (1) auf die Kugel (2) beträgt daher

$$\Delta E_{1 \rightarrow 2} = 0 \ ; \ \Delta P_{1 \rightarrow 2} = 2 \cdot m \cdot v \quad (15.67)$$

Für einen Beobachter, der relativ zum Billardtisch ruht, wird also bei diesem Prozess Impuls übertragen, aber keine Energie.

In einem Inertialsystem, in dem zu Beginn die Kugel (2) ruht, haben die Kugeln im Anfang die Geschwindigkeiten

$$v_1^{(a)} = 2 \cdot v \ ; \ v_2^{(a)} = 0 \quad (15.68)$$

Aus der Energie- und Impulserhaltung folgt nun

$$v_1^{(e)} = 0 \ ; \ v_2^{(e)} = 2 \cdot v \quad (15.69)$$

und für die Energie- und Impulsüberträge

$$\Delta E_{1 \rightarrow 2} = 2 \cdot m \cdot v^2 \ ; \ \Delta P_{1 \rightarrow 2} = 2 \cdot m \cdot v \quad (15.70)$$

Für einen Beobachter, der relativ zur Kugel (2) ruht, wird also zusätzlich zum Impuls auch Energie übertragen.

Die Antwort auf die Frage, ob bei diesem Prozess Energie von einer Kugel auf die andere übertragen wird oder nicht, ist also von der Wahl des Bezugssystems abhängig!

**Aufgabe 24**

Die Grenzggeschwindigkeit des Schiffes bei diesem Manöver wird genau dann erreicht, wenn die bis zum Zerreißen in dem Schiffstau gespeicherte Energie gleich der kinetischen Energie des Schiffes zu Beginn dieses Manövers ist:

$$\frac{1}{2} \cdot M \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot E \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \varepsilon_{\max}^2 \cdot L \quad (15.71)$$

Daraus folgt

$$v_0 = \frac{D}{2} \cdot \varepsilon_{\max} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot E \cdot L}{M}} \quad (15.72)$$

Durch Einsetzen der im Aufgabentext genannten Zahlenwerte in die Gl. 15.72 erhalten wir

$$v_0 = \frac{20 \cdot \text{cm}}{2} \cdot 0,017 \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot 3 \cdot \text{kN} \cdot \text{mm}^{-2} \cdot 30 \cdot \text{m}}{4,5 \cdot 10^4 \cdot \text{t}}} = 0,14 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (15.73)$$

Damit also die Schiffstau bei diesem Anlegemanöver nicht reißen, muss das Kreuzfahrerschiff während des *Festmachens*, d.h. während der Phase der Fixierung durch diese Tauen bereits durch *eigene Kraft* bis auf eine minimale Restgeschwindigkeit im Bereich von wenigen  $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$  zum Stillstand gekommen sein.

Der Einsatz von Trossen, die wesentlich dicker sind als die hier angenommenen  $20 \cdot \text{cm}$ , ist nicht üblich. Die Bedingung 15.73 lässt sich daher primär dadurch etwas entschärfen, dass noch längere Trossen und insbesondere jeweils mehrere eingesetzt werden, s. Abb. 3. Es ist jedoch klar, dass ein Schiff dieser Größenordnung während seiner Liegezeit in einem Hafen nicht die geringste Geschwindigkeit z.B. als durch Wind und Wellen angeregte Dämpfungsbewegung aufnehmen darf, weil anderenfalls die Festmacher-Trossen nicht mehr in der Lage wären, diese Bewegung abzubremsen, ohne zu reißen.

### Aufgabe 25

Diese Aufgabe hat die Struktur einer Fangfrage: Durch ein Abschmelzen der im Meer schwimmenden Eisberge alleine steigt der Meeresspiegel überhaupt nicht! Wegen des Archimedischen Prinzips (Gl. 3.922) verdrängt der Eisberg exakt die mit seiner eigenen Masse identische Masse an Wasser. Nach seinem eigenen Aufschmelzen benötigt daher die entstandene Menge an flüssigem Wasser exakt das vorher von ihm verdrängte Volumen.

Es ist das auf dem **Festland** vorhandene Gletschereis (im Hochgebirge und insbesondere auf Grönland und in der Antarktis), dessen Abschmelzen im Zuge des aktuellen Klimawandels das Ansteigen des Meeresspiegels bewirken wird. Glücklicherweise wird das in der Antarktis vorhandene Gletschereis auf Grund der besonderen klimatischen Verhältnis in dieser Region anfangs eher zunehmen als abnehmen.

### Aufgabe 26



Abb. 3 Das Kreuzfahrtschiff MSC Armonia im Hafen von Istanbul  
(Quelle: eigene Aufnahme des Autors v. 03.10.2008)

Als Kriterium für das Einhalten eines nicht zu großen Luftwiderstandes sehen wir die Bedingung an, dass die Strömung durch das Netz weitgehend laminar verläuft. Es muss also die Bedingung XXX (s. Absatz 3.3.16) gelten.

(XXX: Der weitere Lösungstext zu dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

### Aufgabe 27

Die Änderung des Winkels, unter dem ein Stern von der Erde aus im Laufe eines Jahres beobachtet wird, ist identisch mit der Änderung des Winkels, unter dem die Erde von diesem Stern aus erscheint. Dieser Winkel beträgt

$$\delta\alpha = \frac{d_{\text{Erdbahn}}}{a_{S-\alpha C}} = \frac{2 \cdot AE}{4,32 \cdot Lj} \cdot \frac{1,496 \cdot 10^{11} \cdot m}{1 \cdot AE} \cdot \frac{1 \cdot Lj}{9,46 \cdot 10^{15} \cdot m} = 7,32 \cdot 10^{-6} = 1,51'' \quad (15.74)$$

Zum Vergleich: Das (theoretische) Auflösungsvermögen des Hubble-Teleskops beträgt  $0,1''$ . Mit diesem Teleskop ist die Bewegung von Alpha-Centauri also noch detektierbar.

### Aufgabe 28

Wir berechnen zunächst den an den beiden Extrempunkten auf der Erdoberfläche (äquaturnah und Mond-zugewandt bzw. äquaturnah und mondabgewandt)

auftretenden Unterschied in der Gravitationsbeschleunigung durch den Mond:

$$\begin{aligned}\Delta b_{\text{Mondgrav.}} &= \gamma \cdot M_{\text{Mond}} \cdot \left( \frac{1}{(R_{\text{Mondbahn}} - R_{\text{Erde}})^2} - \frac{1}{(R_{\text{Mondbahn}} + R_{\text{Erde}})^2} \right) \\ &\approx \gamma \cdot M_{\text{Mond}} \cdot \frac{4 \cdot R_{\text{Erde}}}{R_{\text{Mondbahn}}^3}\end{aligned}\quad (15.75)$$

Um die Zentrifugalkraft bestimmen zu können, berechnen wir zunächst die Lage des Schwerpunktes  $\vec{S}_{ME}$  des 2-Körper-Systems aus Erde und Mond innerhalb der Verbindungslinie Erde-Mond. Aus Gl. 3.688 folgt unmittelbar

$$\begin{aligned}a &= \frac{M_{\text{Mond}}}{M_{\text{Erde}} + M_{\text{Mond}}} \cdot R_{\text{Mondbahn}} = 1,22 \cdot 10^{-2} \cdot 3,84 \cdot 10^5 \cdot km \quad (15.76) \\ &= 4,67 \cdot 10^3 \cdot km \\ a &: \text{Entfernung zw. } \vec{S}_{ME} \text{ u. dem Erdmittelpunkt}\end{aligned}$$

$\vec{S}_{ME}$  liegt also noch **innerhalb** der Erde. Die Rotation der Erde um diesen Punkt innerhalb der Periode von  $29,5 \cdot d$  erzeugt an einem Ort auf Meeresspiegelniveau eine Zentrifugalbeschleunigung, die von der relativen Lage dieses Ortes relativ zur Position des Mondes abhängt, also mit einer Periode von knapp  $24 \cdot h$  oszilliert. Sie wird extrem, wenn diese 3 Punkte auf einer Linie liegen. Solange dieser Schwerpunkt innerhalb der Erde liegt, ist diese Beschleunigung immer nach außen gerichtet, und der Unterschied der beiden Extremwerte beträgt

$$\Delta b_{\text{Rotation}} = \omega^2 \cdot 2 \cdot a \quad (15.77)$$

Wir bestimmen nun das Verhältnis dieser beiden beschleunigungen

$$\begin{aligned}\frac{\Delta b_{\text{Rotation}}}{\Delta b_{\text{Mondgrav.}}} &= \frac{\omega^2 \cdot 2 \cdot M_{\text{Mond}} \cdot R_{\text{Mondbahn}}^4}{(M_{\text{Erde}} + M_{\text{Mond}}) \cdot \gamma \cdot M_{\text{Mond}} \cdot 4 \cdot R_{\text{Erde}}} \\ &= \frac{\omega^2 \cdot R_{\text{Mondbahn}}^4}{2 \cdot \gamma \cdot (M_{\text{Erde}} + M_{\text{Mond}}) \cdot R_{\text{Erde}}}\end{aligned}\quad (15.78)$$

Die Kreisfrequenz  $\omega$  dieser Rotation ist aber identisch mit der des Mondes um  $\vec{S}_{ME}$ . Für diese gilt aber

$$\omega^2 = \gamma \cdot \frac{M_{\text{Erde}}}{R_{\text{Mondbahn}}^3} \quad (15.79)$$

Der Ausdruck in Gl. 15.79 wird also zu

$$\frac{\Delta b_{\text{Rotation}}}{\Delta b_{\text{Mondgrav.}}} = \frac{M_{\text{Erde}} \cdot R_{\text{Mondbahn}}}{2 \cdot (M_{\text{Erde}} + M_{\text{Mond}}) \cdot R_{\text{Erde}}} = 29,8 \quad (15.80)$$

Nach dieser Rechnung unterscheiden sich also die beiden (angeblich) primär den jeweiligen Flutberg auslösenden Mechanismen in ihrer Stärke etwa um den Faktor 30.



Also sollten auch die hierdurch generierten Flutberge sich etwa um diesen Faktor unterscheiden!.M.a.W. es sollte im wesentlichen doch nur einen Flutberg pro Tag geben. Die genannte Hypothese muss also auch aus diesem Grunde falsch sein! Um so erstaunlicher ist es, dass diese Hypothese von vielen Wissenschaftlern ernsthaft vertreten wurde und wird. U.a. trug ein bekannter Astrophysiker diese Deutungs-Hypothese ca. 2007 in einer populärwissenschaftlichen deutschsprachigen Fernsehsendung vor.

Der Leser hat in dieser Aufgabe erneut ein Beispiel dafür gefunden, dass bereits das in diesem Lehrbuch vermittelte Wissen ausreicht, um so manche in der Öffentlichkeit vertretene Hypothese durch eigenes Nachdenken und Rechnen (!) zu überprüfen.

### Aufgabe 29

Diese Aufgabe ist erneut eine Fangfrage: Da für die Höhendifferenz, um die die Last angehoben wird, nur die absolute Längendifferenz relevant ist, um die das Zugseil aus dem Flaschenzug herausgezogen wird, ist der Winkel, unter dem das Zugseil bei dieser Bewegung gehalten wird, für die erforderliche Kraft irrelevant.

### Aufgabe 30

Um die gestellte Frage beantworten zu können, müssen wir den Inhalt an kinetischer Energie z.B. eines typischen Sturmtiefs mit dem Energiestrom vergleichen, der diesem über Windkraftanlagen entzogen werden kann. Ergebnis ist dann die Größenordnung einer Lebensdauer dieses Tiefdruckgebietes, die es haben würde, wenn neben den WKA-en keinerlei (natürliche) dissipative Prozesse existieren würden. Diese Lebensdauer können wir dann mit der realen typischen Lebensdauer von Tiefdruckgebieten (3 ... 4 Tage) vergleichen. Für diese Abschätzung ist keinesfalls ein mehr oder weniger offensichtlicher Weg vorgezeichnet. Es gilt, eine nicht zu komplizierte Abschätzung zu finden. Ich habe die nachfolgend beschriebene sehr einfache Vorgehensweise gewählt:

Bei der Berechnung der kinetischen Energie der bewegten Luftmassen wähle ich den (nur leicht überzogenen) Ansatz, dass sich die **gesamte** vertikale Luftschicht mit der mittleren Geschwindigkeit  $v$  bewegt:

$$E = A \cdot m_{\text{Atm}}^{(A)} \cdot \frac{v^2}{2} \quad (15.81)$$

$A$  : Flächenausdehnung des Tiefdruckgebietes  
 $m_{\text{Atm}}^{(A)}$  : auf die Fläche bezogene Gesamtmasse der Erdatmosphäre

Als Orientierung werde ich mit dem Wert  $v = 50 \cdot \frac{\text{km}}{\text{h}}$  entsprechend  $7 \cdot \text{Bft}$  (s. Abschnitt 3.4.4) rechnen.

Der Energiestrom, den eine (großräumige) Anordnung von WKA-en der At-

mosphäre entzieht, beträgt

$$\frac{dE}{dt} = A \cdot n_{\text{WKA}}^{(A)} \cdot N_{\text{WKA}} \quad (15.82)$$

$n_{\text{WKA}}^{(A)}$  : Flächendichte der aufgestellten WKA-Anlagen

Die Leistung  $N_{\text{WKA}}$  der betrachteten WKA ist außer vom betrachteten Typ auch noch stark von der jeweiligen Windgeschwindigkeit abhängig. Ich werde den festen (optimistischen) Wert  $N_{\text{WKA}} = 5 \cdot MW$  verwenden. außerdem werde ich zur Abschätzung der o.a. Lebensdauer die stark vereinfachende Beziehung

$$\tau \approx \frac{E}{\frac{dE}{dt}} \quad (15.83)$$

verwenden. Dann folgt

$$\tau \approx \frac{A \cdot m_{\text{Atm}}^{(A)} \cdot \frac{v^2}{2}}{A \cdot n_{\text{WKA}}^{(A)} \cdot N_{\text{WKA}}} = \frac{m_{\text{Atm}}^{(A)} \cdot v^2}{2 \cdot n_{\text{WKA}}^{(A)} \cdot N_{\text{WKA}}} \quad (15.84)$$

Als Abstand zwischen 2 großen WKA-en wird heute typischerweise der Wert  $500 \cdot m$  gewählt entsprechend

$$n_{\text{WKA}}^{(A)} = \frac{4 \text{ Anlagen}}{(km)^2} \quad (15.85)$$

Auf diese Weise komme ich zu dem Ergebnis

$$\tau \approx \frac{4,9 \cdot 10^{18} \cdot kg \cdot 2,5 \cdot 10^3 \cdot \frac{(km)^2}{h^2}}{5,1 \cdot 10^8 \cdot (km)^2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot (km)^{-2} \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot W} = 13 \cdot h \quad (15.86)$$

Durch diese allerdings recht grob vereinfachende Näherungsrechnung komme ich zu dem Ergebnis, dass ein ausreichend großflächig installierter Park von Windkraftanlagen von einer Leistungsklasse, die der Obergrenze der aktuell technisch-kommerziell realisierbaren Anlagen entspricht, durchaus eine Chance hat, auch zur Abschwächung der sturmbedingten Schäden an der Natur und an den vom Menschen geschaffenen Anlagen und Einrichtungen einen Beitrag zu leisten. Dieses Ergebnis ist insbesondere deswegen etwas überraschend, weil eine WKA selbst bei einem Rotordurchmesser von  $100 \cdot m$  momentan in der vertikalen Richtung nur einen Bruchteil der Luftschicht erfasst, da diese mehrere  $km$  dick ist.

Diese Vorgehensweise ist sicherlich in vielerlei Hinsicht angreifbar. Sie setzt z.B. voraus, dass sich die Dichte an kinetischer Energie innerhalb des betrachteten Tiefdruckgebietes hinter einer WKA ausreichend rasch wieder vertikal ausgleicht. Denn nur dann kann die in der lokalen Windrichtung nachfolgende WKA ebenfalls ihren Beitrag zur Reduzierung der kinetischen Energie des Tiefs leisten. Im entgegengesetzten Grenzfall würden die WKA eine bodennahe Schicht stark reduzierter

Windgeschwindigkeiten erzeugen. Dies würde aber auch (bzw. erst recht) das Schädigungspotenzial des Sturmtiefs reduzieren. B.a.w. halte ich also meine Behauptung aufrecht, dass die o.a. Abschätzung wenn auch sehr grob, aber dennoch in ihrer Größenordnung zulässig ist.

Falls der Leser eine alternative Vorgehensweise gefunden hat, würde ich mich über eine Mitteilung z.B. an meine e-mail-Adresse sehr freuen.

Zur Fragestellung, ob WKAs in der Lage sind, in einem bestimmten Gebiet die Gefahr von Sturmschäden signifikant zu reduzieren, gibt es eine Studie einer international zusammengesetzten Gruppe von Klimatologen, s. [50] im Heft 3, die an international anerkannten Forschungseinrichtungen tätig sind: dem MPI für Biogeochemie in Jena, der Universität Kansas, dem National Center for Atmospheric Research in Boulder/Co (USA), dem CNRS in Versailles und der Harvard University in Cambridge/Mass (USA). Sie bestimmten durch Simulationsrechnungen die Veränderung der im Staat Kansas aktuell auftretenden Windströmungen, wenn dieser "flächendeckend mit WKAs belegt wird: In Abständen, die dem aktuell als optimal angesehenen Wert entsprechen, werden in ganz Kansas WKAs der aktuell maximal verfügbaren Leistung installiert. Sie kommen zu dem Schluss, dass dann die Windströmungen derart stark ausgebremst werden, dass sich im Mittel nur noch eine erzeugte flächenbezogene Energiestromdichte von

$$\frac{J}{A} \sim 1 \cdot \frac{W}{m^2} \quad (15.87)$$

ergibt. Ich will nun nicht etwa die Seriösität dieser Arbeit anzweifeln oder auch nur die Zuverlässigkeit des durch diese Arbeit erzielten Ergebnisses 15.87. Ich weise nur darauf hin, dass es sehr leicht grundfalsch interpretiert werden kann und auch wird, s. z.B. XXX:

Dieses Ergebnis besagt nämlich gerade nicht, dass in Gegenden wie Kansas, übrigens eine Region, die für häufig auftretenden Starkwinde bekannt ist (Tornado-Valley), die Installation einer grösseren Anzahl von WKAs keinen Sinn macht, weil bezogen auf die von den WKAs eingenommene Fläche nur eine Energiestromdichte gem. Gl. 15.87 zu erwarten ist. Wie die Messdaten der z.B. in Deutschland bereits installierten WKAs zeigen, ist der hieraus abgeleitete Wert etwa um den Faktor 10 grösser. Das Ergebnis dieser Forschergruppe besagt nur, dass es keinen Sinn macht, es mit der Anzahl der installierten WKAs zu übertreiben.

Von der Lobby der Windkraftgegner (z.B. den Befürwortern der Energieerzeugung aus Kernreaktoren) wurde und wird dieses Ergebnis jedoch begierig für ihre Zwecke benutzt.

### Aufgabe 31

(XXX: Der Lösungstext für diese Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

(XXX: Der weitere Text des Abschnitts *Lösungen der Aufgaben zu Heft Mechanik* ist noch nicht verfügbar.)

## 15.2.3 zu Heft 4: Elektrostatik (-)

**Aufgabe 1**

Das 1. Gruppen-Axiom lautet jetzt

$$z_1, z_2 \in \hat{\mathbf{C}} \Rightarrow z_1 \circ z_2 \in \hat{\mathbf{C}} \quad (15.88)$$

Diese Aussage ergibt sich unmittelbar aus der analogen Aussage für den  $\mathbb{R}^1$ . Das 2. Gruppen-Axiom

$$(z_1 \circ z_2) \circ z_3 = z_1 \circ (z_2 \circ z_3) \quad (15.89)$$

beweisen wir durch Nachrechnen:

$$\begin{aligned} (z_1 \circ z_2) \circ z_3 &= (x_1 \cdot x_2 - y_1 \cdot y_2; x_1 \cdot y_2 + x_2 \cdot y_1) \circ (x_3; y_3) \\ &= (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 - x_3 \cdot y_1 \cdot y_2 - x_1 \cdot y_2 \cdot y_3 - x_2 \cdot y_1 \cdot y_3; \\ &\quad x_1 \cdot x_2 \cdot y_3 - y_1 \cdot y_2 \cdot y_3 + x_1 \cdot x_3 \cdot y_2 + x_2 \cdot x_3 \cdot y_1) \end{aligned} \quad (15.90)$$

$$\begin{aligned} z_1 \circ (z_2 \circ z_3) &= (x_1; y_1) \circ (x_2 \cdot x_3 - y_2 \cdot y_3; x_2 \cdot y_3 + x_3 \cdot y_2) \\ &= (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 - x_1 \cdot y_2 \cdot y_3 - x_2 \cdot y_1 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_1 \cdot y_2; \\ &\quad x_1 \cdot x_2 \cdot y_3 + x_1 \cdot x_3 \cdot y_2 + x_2 \cdot x_3 \cdot y_1 - y_1 \cdot y_2 \cdot y_3) \end{aligned} \quad (15.91)$$

Diese beiden Ausdrücke sind aber - bis auf die Reihenfolge innerhalb der Summen (durchzuführen im Bereich der reellen Zahlen) - identisch. Das 3. Gruppen-Axiom ist das Kommutativgesetz

$$z_1 \circ z_2 = z_2 \circ z_1 \quad (15.92)$$

Dessen Gültigkeit erkennt man wieder unmittelbar aus der Definition 119. Das 4. Gruppen-Axiom verlangt für je 2 komplexe Zahlen  $z_1$  und  $z_2$  die immer eindeutige Lösung der Gleichung

$$z_1 \circ z_3 = z_2 \quad (15.93)$$

Wir multiplizieren diese Gl. auf beiden Seiten mit der immer eindeutig definierten komplexen Zahl  $z_1^*$ :

$$\begin{aligned} z_1^* \circ z_1 \circ z_3 &= z_1^* \circ z_2 \Rightarrow \\ |z_1|^2 \cdot z_3 &= z_1^* \circ z_2 \Rightarrow \end{aligned} \quad (15.94)$$

$$z_3 = \frac{1}{|z_1|^2} \cdot z_1^* \circ z_2 \quad (15.95)$$

Der auf der rechten Seite dieser Gl. stehende Ausdruck ist immer eindeutig definiert. Damit ist das Axiom bewiesen, und die Division komplexer Zahlen ist auf die Division reeller Zahlen zurückgeführt. Das Distributivgesetz

$$z_1 \circ (z_2 + z_3) = z_1 \circ z_2 + z_1 \circ z_3 \quad (15.96)$$

beweisen wir wieder durch Nachrechnen:

$$\begin{aligned} z_1 \circ (z_2 + z_3) &= (x_1; y_1) \circ (x_2 + x_3; y_2 + y_3) \\ &= (x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 - y_1 \cdot y_2 - y_1 \cdot y_3; x_1 \cdot y_2 \\ &\quad + x_1 \cdot y_3 + x_2 \cdot y_1 + x_3 \cdot y_1 \end{aligned} \quad (15.97)$$

$$\begin{aligned} z_1 \circ z_2 + z_1 \circ z_3 &= (x_1; y_1) \circ (x_2; y_2) + (x_1; y_1) \circ (x_3; y_3) \\ &= (x_1 \cdot x_2 - y_1 \cdot y_2; x_1 \cdot y_2 + x_2 \cdot y_1) \\ &\quad + (x_1 \cdot x_3 - y_1 \cdot y_3; x_1 \cdot y_3 + x_2 \cdot y_3) \\ &= (x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 - y_1 \cdot y_2 - y_1 \cdot y_3; x_1 \cdot y_2 \\ &\quad + x_1 \cdot y_3 + x_2 \cdot y_1 + x_3 \cdot y_1 \end{aligned} \quad (15.98)$$

### Aufgabe 3

Die äußeren elektrischen bzw. Gravitations-Potenziale eines rotationssymmetrischen Körpers (Gl. 4.167 bzw. 3.664) betragen

$$\varphi_{el.}(r) = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r} \quad ; \quad \varphi_{grav.}(r) = -\gamma \cdot \frac{M}{r} \quad (15.99)$$

Die Annäherung des 2. Körpers auf den Abstand  $R$  ist daher mit einer Energieänderung verbunden von

$$\Delta E_{el} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q^2}{R} \quad ; \quad \Delta E_{grav.} = -\gamma \cdot \frac{M^2}{R} \Rightarrow \quad (15.100)$$

$$\frac{\Delta E_{el}}{\Delta E_{grav.}} = -\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \gamma} \cdot \left(\frac{Q}{M}\right)^2 \quad (15.101)$$

Setzen wir nun die Zahlenwerte für  $\varepsilon_0$  und  $\gamma$  ein, so erhalten wir

$$\left| \frac{\Delta E_{el}}{\Delta E_{grav.}} \right| \approx 10^{20} \cdot \left(\frac{kg}{Cb}\right)^2 \cdot \left(\frac{Q}{M}\right)^2 \quad (15.102)$$

Um dieses Ergebnis in seiner Bedeutung einordnen zu können, betrachten wir als erstes das Beispiel 2-er Protonen. Für diese Elementarteilchen gilt

$$\left(\frac{Q}{M}\right) = \frac{1,60 \cdot 10^{-19} \cdot Cb}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot kg} \approx 10^{-8} \cdot \frac{Cb}{kg} \quad (15.103)$$

Für 2 Protonen gilt also

$$\left| \frac{\Delta E_{el}}{\Delta E_{grav.}} \right| \approx 10^4 \quad (15.104)$$

Die elektrostatische Wechselwirkungsenergie liegt also bei Protonen um etwa 4 Größenordnungen über der der Gravitationswechselwirkung. Für Elektronen ist dieses Verhältnis noch einmal um mehr 2 Größenordnungen höher. Die Gravitations-Wechselwirkung ist also in der Physik der Atome und der Elementarteilchen ohne Bedeutung. Sie zeigt ihre Wirkung erst bei massereichen, aber elektrisch nahezu neutralen Körpern, bei denen erst auf mehr als  $10^4$  Nukleonen (Protonen oder Neutronen) eine elektrische Elementarladung im Überschuss auftritt. Bei einem Material mittlerer Atommasse (von z.B.  $50 \cdot \frac{g}{Mol}$ ) entspricht dies etwa 1 Überschuss- (oder Unterschuss-)Elektron auf 200 Atome.

#### Aufgabe 4

Wir verwenden insbesondere die Eigenschaft der Wirbelfreiheit elektrostatischer Felder bzw. die daraus resultierende Gl. 3.428. Als Integrationsweg wählen wir zunächst den Verlauf einer Feldlinie, die von der Außenseite der einen Kondensatorplatte ausgeht und durch den Außenbereich des Kondensators verläuft, bis sie schließlich auf die Außenseite der anderen Kondensatorplatte auftrifft. Aus Symmetriegründen liegt dieser Punkt dem gewählten Startpunkt der Integration genau gegenüber. Danach vervollständigen wir den Integrationsweg zu einer in sich geschlossenen Kurve, indem wir innerhalb des Kondensators die Feldlinie auswählen, die diesen Punkt geradlinig mit dem Startpunkt verbindet, s. hierzu Abb. XXX. (XXX: Diese Abb. ist noch nicht verfügbar.)

Bei der Wahl dieses Integrationsweges ist sowohl im Außenbereich des Kondensators als auch in dessen Inneren das elektrische Feld immer parallel zum Linienelement des Integrationsweges orientiert, es wechselt jedoch relativ zur Richtung des gewählten Integrationsweges das Vorzeichen. Es gilt also einfach

$$\oint_{\mathfrak{S}} \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}) \bullet \vec{ds} = \oint_{\mathfrak{S}_{\text{außen}}} |\vec{\mathcal{E}}(\vec{r})| \cdot ds - \oint_{\mathfrak{S}_{\text{innen}}} |\vec{\mathcal{E}}(\vec{r})| \cdot ds \quad (15.105)$$

Wir ersetzen nun in jedem dieser beiden Teilintegrale den Betrag  $\mathcal{E}(\vec{r})$  des elektrischen Feldes durch seinen entlang dieses Integrationsweges gebildeten Mittelwert. Dann gilt einfach

$$\oint_{\mathfrak{S}} \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}) \bullet \vec{ds} = \langle \mathcal{E}_{\text{außen}} \rangle_{\mathfrak{S}_{\text{außen}}} \cdot s_{\text{außen}} - \langle \mathcal{E}_{\text{innen}} \rangle_{\mathfrak{S}_{\text{innen}}} \cdot s_{\text{innen}} \quad (15.106)$$

Wegen der Wirbelfreiheit muss daher gelten

$$\langle \mathcal{E}_{\text{außen}} \rangle_{\mathfrak{S}_{\text{außen}}} = \langle \mathcal{E}_{\text{innen}} \rangle_{\mathfrak{S}_{\text{innen}}} \cdot \frac{s_{\text{innen}}}{s_{\text{außen}}} \quad (15.107)$$

Die Länge  $s_{\text{innen}}$  ist identisch mit dem Plattenabstand  $d$ . Die Feldstärke im Inneren des Kondensators ist unabhängig von der Ortskoordinate, wir können also auf den

Mittelungsprozess verzichten. Für die Länge  $s_{\text{außen}}$ , die sich stark mit der Lage des Startpunktes auf der (kreisförmigen) Plattenfläche ändert, lässt sich kein einfacher analytischer Ausdruck angeben. Wir begnügen uns damit, diese Länge sehr grob abzuschätzen. Hierzu ersetzen wir das reale Bild der Feldlinienverteilung im Außenbereich durch die in der Abb. XXX angedeutete Verteilung: Alle von der positiv geladenen Kondensatorplatte nach außen gerichteten Feldlinien verbleiben in einem sich um die Kondensatorplatten schmiegenden Torus, dessen Querschnittsfläche überall den gleichen Inhalt aufweist. Der Abstand des Startpunktes der Feldlinie von dem Rand der Kreisfläche sei  $\rho$ . Dann hat  $s_{\text{außen}}$  den Näherungswert (s. wieder Abb. XXX)

$$s_{\text{außen}} = 2 \cdot \pi \cdot \rho + d \quad (15.108)$$

Damit wird Gl. 15.107 zu

$$\langle \mathcal{E}_{\text{außen}} \rangle_{\mathfrak{E}_{\text{außen}}} = \mathcal{E}_{\text{innen}} \cdot \frac{d}{2 \cdot \pi \cdot \rho + d} = \mathcal{E}_{\text{innen}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot \pi}{d} \cdot \rho} \quad (15.109)$$

Die im Inneren des Kondensators gespeicherte Feldenergie beträgt (s. Gl. 4.184)

$$E_{\text{innen}} = \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \mathcal{E}_{\text{innen}}^2 \cdot d \cdot \pi \cdot R^2 \quad (15.110)$$

Die im Außenbereich gespeicherte Feldenergie ergibt sich im Rahmen der getroffenen Näherungen zu

$$E_{\text{außen}} = \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \int_{\text{Torusvolumen}} \langle \mathcal{E}_{\text{außen}}^2 \rangle_{\mathfrak{E}_{\text{außen}}} \cdot d^3r \approx \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \int_{\text{Torusvolumen}} (\langle \mathcal{E}_{\text{außen}} \rangle_{\mathfrak{E}_{\text{außen}}})^2 \cdot d^3r \quad (15.111)$$

D.h. wir haben den Mittelwert  $\langle \mathcal{E}^2 \rangle$  durch den Ausdruck  $\langle \mathcal{E} \rangle^2$  ersetzt. Wie wir später noch eingehend diskutieren werden (s. Gl. 7.270) ist dies i.a. nicht zulässig und kann zu drastischen Fehlern führen (s. insbes. Abschnitt 7.18.3). An dieser Stelle ist der Fehler jedoch nur moderat, weil die bereits getroffene Näherung des kreissymmetrischen Torus für das vom dem Außenfeld eingenommene Volumen bewirkt, dass sich der Betrag des Feldes  $\mathcal{E}_{\text{außen}}$  entlang einer Feldlinie nur geringfügig verändert. Mit dieser Näherung können wir nun die Energie  $E_{\text{außen}}$  unmittelbar angeben:

$$E_{\text{außen}} = \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \iint_{z=0; \rho=0}^{2 \cdot \pi \cdot R; \frac{R}{2}} \frac{\mathcal{E}_{\text{innen}}^2}{\left(1 + \frac{2 \cdot \pi}{d} \cdot \rho\right)^2} \cdot d \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot \pi}{d} \cdot \rho\right) \cdot d\rho \cdot dz \quad (15.112)$$

Zur Integration entlang der Torusachse haben wir eine weitere Vereinfachung vorgenommen: Wir haben den Torus gedanklich zu einem Rundzylinder der Länge  $2 \cdot \pi \cdot R$  abgewickelt (und dabei leicht deformiert), so dass sich die Integration über die 3.

Koordinate zu einer Multiplikation mit dieser Länge reduziert:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{außen}} &= \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \iint_{z=0; \rho=0}^{2 \cdot \pi \cdot R; \frac{R}{2}} \frac{\mathcal{E}_{\text{innen}}^2 \cdot d}{\left(1 + \frac{2 \cdot \pi}{d} \cdot \rho\right)} \cdot d\rho \cdot dz = \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \mathcal{E}_{\text{innen}}^2 \cdot d \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \int_0^{\frac{R}{2}} \frac{d\rho}{\left(1 + \frac{2 \cdot \pi}{d} \cdot \rho\right)} \\
 &= \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \mathcal{E}_{\text{innen}}^2 \cdot d \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \frac{d}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \left(1 + \frac{2 \cdot \pi}{d} \cdot \frac{R}{2}\right) \\
 &= \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \mathcal{E}_{\text{innen}}^2 \cdot d^2 \cdot R \cdot \ln \left(1 + \pi \cdot \frac{R}{d}\right) \tag{15.113}
 \end{aligned}$$

Durch Vergleich mit der Gl. 15.110 erhalten wir das Ergebnis

$$E_{\text{außen}} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{d}{R} \cdot \ln \left(1 + \pi \cdot \frac{R}{d}\right) \cdot E_{\text{innen}} \tag{15.114}$$

Wir schätzen also den in der Gl. 4.227 eingeführten Geometriefaktor ab zu

$$g \approx 1 + \frac{1}{\pi} \cdot \frac{d}{R} \cdot \ln \left(1 + \pi \cdot \frac{R}{d}\right) \tag{15.115}$$

Sobald also bei einem Plattenkondensator die Plattengröße  $\sqrt{A}$  deutlich größer ist als der Plattenabstand  $d$ , trägt die im Außenbereich des Kondensators gespeicherte Feldenergie nur minimal zu der Gesamtenergie bei. Um dies zu erreichen, bedarf es also nicht einmal zusätzlicher konstruktiver Maßnahmen (Zusatzabschirmung o.ä.).

### Aufgabe 5

(XXX: Der Lösungstext für diese Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

(XXX: Der weitere Text des Abschnitts *Lösungen der Aufgaben zu Heft Elektrostatik* ist noch nicht verfügbar.)

#### 15.2.4 zu Heft 5: Magnetostatik (-/-)

(XXX: Der Text des Abschnitts *Lösungen der Aufgaben zu Heft Magnetostatik* ist noch nicht verfügbar.)

#### 15.2.5 zu Heft 6: Elektrodynamik (-/-)

### Aufgabe 2

(XXX: Der Lösungstext zu dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

(XXX: Der weitere Text des Abschnitts *Lösungen der Aufgaben zu Heft Elektrodynamik* ist noch nicht verfügbar.)



## 15.2.6 zu Heft 7: Quantenmechanik (-)

**Aufgabe 2**

Bei der Annäherung eines mit der Ladung  $-Q_0$  belegten Teilchens (des Elektrons) an das mit der Ladung  $+Q_0$  belegte Teilchen (das Proton) bis auf einen mittleren Abstand  $R$  wird dem elektrischen Feld eine Energie entzogen von (Gl. 4.167)

$$\Delta E_{\text{el.Feld}} = \frac{-1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q_0^2}{R} \quad (15.116)$$

Die Lokalisationsenergie des Elektrons schätzen wir wie folgt ab:

$$E_{\text{Lok}} = 3 \cdot \Delta E_x \approx 3 \cdot \frac{\Delta P^2}{2 \cdot M_{\text{Elektron}}} \approx 3 \cdot \frac{\hbar^2}{8 \cdot M_{\text{Elektron}} \cdot R^2} \quad (15.117)$$

Die Gesamtenergie beträgt dann

$$E = \Delta E_{\text{el.Feld}} + E_{\text{Lok}} = \frac{3 \cdot \hbar^2}{8 \cdot M_{\text{Elektron}} \cdot R^2} - \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q_0^2}{R} \quad (15.118)$$

Wir berechnen nun das Minimum dieser Funktion  $E = E(R)$ :

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dR} &= \frac{-6 \cdot \hbar^2}{8 \cdot M_{\text{Elektron}} \cdot R^3} + \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q_0^2}{R^2} \\ &= \frac{1}{4 \cdot R^2} \cdot \left( \frac{Q_0^2}{\pi \cdot \varepsilon_0} - \frac{3 \cdot \hbar^2}{M_{\text{Elektron}} \cdot R} \right) = 0 \end{aligned} \quad (15.119)$$

$$\Rightarrow R_0 = \frac{3 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \hbar^2}{Q_0^2 \cdot M_{\text{Elektron}}} \quad (15.120)$$

Diesen Wert setzen wir nun in die Gl. 15.118 ein,

$$\begin{aligned} E_0 &\approx \frac{3 \cdot \hbar^2 \cdot Q_0^4 \cdot M_{\text{Elektron}}^2}{8 \cdot M_{\text{Elektron}} \cdot (3 \cdot \hbar^2)^2 \cdot \pi^2 \cdot \varepsilon_0^2} - \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q_0^2 \cdot Q_0^2 \cdot M_{\text{Elektron}}}{3 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \hbar^2} \\ &= \frac{Q_0^4 \cdot M_{\text{Elektron}}}{24 \cdot \hbar^2 \cdot \pi^2 \cdot \varepsilon_0^2} - \frac{Q_0^4 \cdot M_{\text{Elektron}}}{12 \cdot \pi^2 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot \hbar^2} = -\frac{Q_0^4 \cdot M_{\text{Elektron}}}{24 \cdot \hbar^2 \cdot \pi^2 \cdot \varepsilon_0^2} \end{aligned} \quad (15.121)$$

Durch Einsetzen der Naturkonstanten in die Gl. 15.120 bzw. Gl. 15.121 erhalten wir

$$R_0 = 3,97 \cdot 10^{-2} \cdot nm ; E_0 = 18,1 \cdot eV \quad (15.122)$$

Die heute als zutreffend akzeptierten Werte für das Wasserstoffatom im Grundzustand sind

$$\text{Literaturwerte: } R_0 = 5,3 \cdot 10^{-2} \cdot nm ; E_0 = 13,6058 \cdot eV \quad (15.123)$$

Wir sehen, dass allein die Berücksichtigung der Unschärferelation uns bereits in die Lage versetzt hat, die physikalischen Daten des Grundzustands des H-Atoms relativ gut abzuschätzen. Wir können dieses Ergebnis auch dahin gehend interpretieren, dass wir hiermit bereits im Grundsatz verstanden haben, warum und wie Elektronen und Nukleonen sich zu stabilen Atomen zusammen fügen.

### Aufgabe 3

(a) Es sind also die Funktionen

$$f_i(x) = x^i ; i \geq 0 \quad (15.124)$$

mit Hilfe des Schmidtschen Orthonormierungsverfahrens umzurechnen. Der Übersichtlichkeit halber führen wir die Umrechnungsvorschrift noch einmal an:

$$|k_0^{(o.n.)}\rangle = \frac{|k_0\rangle}{\sqrt{\langle k_0 | k_0 \rangle}} \quad (15.125)$$

$$|k_i^\perp\rangle = |k_i\rangle - \sum_{j=0}^{i-1} \langle k_i | k_j^{(o.n.)} \rangle \cdot |k_j^{(o.n.)}\rangle ; i = 1, \dots, N \quad (15.126)$$

$$|k_i^{(o.n.)}\rangle = \frac{|k_i^\perp\rangle}{\sqrt{\langle k_i^\perp | k_i^\perp \rangle}} \quad (15.127)$$

(Da wir die Potenzen ab  $i = 0$  zählen wollen, habe ich den Laufindex  $i$  in der Gl. 15.126 gleich entsprechend angepasst.)

Wir beginnen die konkrete Rechnung mit dem 0-ten Element

$$\langle k_0 | k_0 \rangle = \int_{-1}^{+1} (x^0)^2 \cdot dx = 2 \Rightarrow |k_0^{(o.n.)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (15.128)$$

Das nachfolgende 1. Element berechnet sich wie folgt:

$$\langle k_1 | k_0^{(o.n.)} \rangle = \int_{-1}^{+1} x^1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot dx = 0 \Rightarrow \quad (15.129)$$

$$|k_1^\perp\rangle = x \Rightarrow \quad (15.130)$$

$$|k_1^{(o.n.)}\rangle = \frac{x}{\sqrt{\int_{-1}^{+1} x^2 \cdot dx}} = \frac{x}{\sqrt{\frac{2}{3}}} \quad (15.131)$$

Zur Verdeutlichung des weiteren Rechengangs führen wir die Berechnung auch des 2.

Elements noch Schritt für Schritt aus:

$$\langle k_2 | k_0^{(o.n.)} \rangle = \int_{-1}^{+1} x^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot dx = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \quad (15.132)$$

$$\langle k_2 | k_0^{(o.n.)} \rangle \cdot |k_0^{(o.n.)}\rangle = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{3} \quad (15.133)$$

$$\langle k_2 | k_1^{(o.n.)} \rangle = \int_{-1}^{+1} x^2 \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot x \cdot dx = 0 \Rightarrow$$

$$\langle k_2 | k_0^\perp \rangle \cdot |k_0^\perp\rangle = 0 \quad (15.134)$$

$$|k_2^\perp\rangle = x^2 - \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{3} \cdot (3 \cdot x^2 - 1) \quad (15.135)$$

$$\begin{aligned} |k_2^{(o.n.)}\rangle &= \frac{\frac{1}{3} \cdot (3 \cdot x^2 - 1)}{\sqrt{\int_{-1}^{+1} \frac{1}{9} \cdot (3 \cdot x^2 - 1)^2 \cdot dx}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot (3 \cdot x^2 - 1)}{\sqrt{\frac{8}{45}}} \\ &= \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot (3 \cdot x^2 - 1) \end{aligned} \quad (15.136)$$

Die weiteren Elemente der orthonormierten Basis berechnen sich auf analoge Weise. Nachfolgend gebe ich die jeweiligen Zwischenergebnisse in Form einer Tabelle an, die als Abb. 4 wiedergegeben ist (XXX: Graphik neu erzeugen wegen Fehler).

Bei den ersten 7 Elementen der orthonormierten Basis unterscheiden sich also die orthonormierten Elemente  $P_i^{(0)}$  von den in der Literatur als *Legendre-Polynome* bezeichneten Funktionen  $P_i$  um den Faktor  $\sqrt{\frac{2 \cdot i + 1}{2}}$ . Wir verzichten an dieser Stelle darauf, diese Gesetzmäßigkeit auch für das allgemeine Element  $P_n^{(0)}$  zu beweisen, und nehmen diesen Zusammenhang als für alle Elemente  $P_i^{(0)}$  gültig an.

(b) Wir berechnen also nun erneut, ausgehend von den Polynomen  $x^i$ , unter Anwendung der Rechenschritte 15.125, 15.126 und 15.127 eine orthonormierte Basis, wobei nun aber die Gl. 7.158 als Rechenvorschrift für das Skalarprodukt dient. Bei diesen Berechnungen werden wir ständig mit bestimmten Integralen der Form

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} \cdot x^n \cdot dx \quad (15.137)$$

$i$	$\langle k_i   k_0^{(o.n.)} \rangle$	$\langle k_i   k_1^{(o.n.)} \rangle$	$\langle k_i   k_2^{(o.n.)} \rangle$	$\langle k_i   k_3^{(o.n.)} \rangle$	$\langle k_i   k_4^{(o.n.)} \rangle$	$\langle k_i   k_5^{(o.n.)} \rangle$	$ k_i^\perp\rangle$
0	-	-	-	-	-	-	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
1	0	-	-	-	-	-	$x$
2	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	0	-	-	-	-	$\frac{1}{3} \cdot (3 \cdot x^2 - 1)$
3	0	$\sqrt{\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{5}}$	0	-	-	-	$\frac{1}{3} \cdot (5 \cdot x^3 - 3 \cdot x)$
4	$\frac{\sqrt{2}}{5}$	0	$\sqrt{\frac{5}{2} \cdot \frac{8}{35}}$	0	-	-	$\frac{1}{35} \cdot (35 \cdot x^4 - 30 \cdot x^2 + 3)$
5	0	$\sqrt{\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{7}}$	0	$\sqrt{\frac{7}{2} \cdot \frac{8}{63}}$	0	-	$\frac{1}{63} \cdot (63 \cdot x^5 - 70 \cdot x^3 + 15 \cdot x)$
6	$\frac{\sqrt{2}}{7}$	0	$\sqrt{\frac{5}{2} \cdot \frac{4}{21}}$	0	$\sqrt{\frac{9}{2} \cdot \frac{16}{231}}$	0	$\frac{1}{231} \cdot (231 \cdot x^6 - 315 \cdot x^4 + 105 \cdot x^2 - 5)$

$i$	$\langle k_i^\perp   k_i^\perp \rangle$	$ k_i^{(o.n.)}\rangle = P_i^{(0)}$	$P_i^{(0)}/P_i$
0	1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
1	$\frac{2}{3}$	$\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot x$	$\sqrt{\frac{3}{2}}$
2	$\frac{8}{45} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{5}$	$\sqrt{\frac{5}{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot (3 \cdot x^2 - 1)$	$\sqrt{\frac{5}{2}}$
3	$\frac{8}{175} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{2}{7}$	$\sqrt{\frac{7}{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot (5 \cdot x^3 - 3 \cdot x)$	$\sqrt{\frac{7}{2}}$
4	$\frac{896}{77175} = \left(\frac{8}{35}\right)^2 \cdot \frac{2}{9}$	$\sqrt{\frac{9}{2}} \cdot \frac{1}{8} \cdot (35 \cdot x^4 - 30 \cdot x^2 + 3)$	$\sqrt{\frac{9}{2}}$
5	$\frac{128}{43659} = \left(\frac{8}{63}\right)^2 \cdot \frac{2}{11}$	$\sqrt{\frac{11}{2}} \cdot \frac{1}{8} \cdot (63 \cdot x^5 - 70 \cdot x^3 + 15 \cdot x)$	$\sqrt{\frac{11}{2}}$
6	$\frac{2048}{693693} = \left(\frac{32}{231}\right)^2 \cdot \frac{2}{13}$	$\sqrt{\frac{13}{2}} \cdot \frac{1}{32} \cdot (231 \cdot x^6 - 315 \cdot x^4 + 105 \cdot x^2 - 5)$	$\sqrt{\frac{13}{2}}$

Abb. 4 Zwischenergebnisse bei der Berechnung der orthonormierten Basis (Aufgabe 3 (a) )

konfrontiert sein. Hierzu finden wir z.B. in [1] von Heft 15 die Beziehung

$$\int_0^{+\infty} e^{-x^2} \cdot x^n \cdot dx = \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1)}{2^{(k+1)}} \cdot \sqrt{\pi} \text{ für alle geraden } n = 2 \cdot k \quad (15.138)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{(n-1)}{2} \right)! \text{ für alle ungeraden } n \quad (15.139)$$

Wir benötigen jedoch die über die gesamte  $x$ -Achse durchgeführten Integrale. Wegen des je nach dem Wert von  $n$  geraden oder ungeraden Verhaltens des Integranden,

$$f(x) = e^{-x^2} \cdot x^n \Rightarrow$$

$$f(-x) = f(x) \text{ für alle geraden } n \quad (15.140)$$

$$f(-x) = -f(x) \text{ für alle ungeraden } n \quad (15.141)$$

folgt für das Integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} \cdot x^n \cdot dx = 2 \cdot \int_0^{+\infty} e^{-x^2} \cdot x^n \cdot dx \text{ für alle geraden } n \quad (15.142)$$

$$= 0 \text{ für alle ungeraden } n \quad (15.143)$$

Insgesamt folgt also

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} \cdot x^n \cdot dx = \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1)}{2^k} \cdot \sqrt{\pi} \text{ für alle geraden } n = 2 \cdot k \quad (15.144)$$

$$= 0 \text{ für alle ungeraden } n \quad (15.145)$$

Diese beiden Beziehungen werden wir also nun jeweils für die weiteren Berechnungen verwenden.

Das 0-te Element lautet dann

$$\langle k_0 | k_0 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} \cdot (x^0)^2 \cdot dx = \sqrt{\pi} \Rightarrow |k_0^{(o.n.)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}}} \quad (15.146)$$

und das 1. Element ergibt sich als

$$\langle k_1 | k_0^{(o.n.)} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} \cdot x \cdot \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}}} \cdot dx = 0 \quad (15.147)$$

Die weiteren Elemente der orthonormierten Basis berechnen sich auf analoge Weise. Ich gebe wieder nachfolgend die jeweiligen Zwischenergebnisse in Form einer Tabelle

$i$	$\langle k_i   k_0^{(o.n.)} \rangle$	$\langle k_i   k_1^{(o.n.)} \rangle$	$\langle k_i   k_2^{(o.n.)} \rangle$	$\langle k_i   k_3^{(o.n.)} \rangle$	$\langle k_i   k_4^{(o.n.)} \rangle$	$\langle k_i   k_5^{(o.n.)} \rangle$	$ k_i^\perp\rangle$
0	—	—	—	—	—	—	1
1	0	—	—	—	—	—	$x$
2	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}$	0	—	—	—	—	$\frac{1}{2} \cdot (2 \cdot x^2 - 1)$
3	0	$\frac{3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}{4}$	0	—	—	—	$\frac{1}{2} \cdot (2 \cdot x^3 - 3 \cdot x)$
4	$\frac{3}{4} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}$	0	$\frac{3 \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}{\sqrt{2}}$	0	—	—	$\frac{1}{4} \cdot (4 \cdot x^4 - 12 \cdot x^2 + 3)$
5	0	$\frac{15 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}{8}$	0	$\frac{15 \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}{2 \cdot \sqrt{3}}$	0	—	$\frac{1}{4} \cdot (4 \cdot x^5 - 20 \cdot x^3 + 15 \cdot x)$
6	$\frac{15}{8} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}$	0	$\frac{45 \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}{4 \cdot \sqrt{2}}$	0	$\frac{45 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}{4 \cdot \sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{8} \cdot (8 \cdot x^6 - 60 \cdot x^4 + 90 \cdot x^2 - 15)$
$i$	$\langle k_i^\perp   k_i^\perp \rangle$	$ k_i^{(o.n.)}\rangle = H_i^{(0)}$					
0	$\sqrt{\pi}$	$\frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$H_i^{(0)} / H_i$
1	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\pi}$	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \cdot x$	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \cdot x$	$\frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$
2	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\pi}$	$\frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}} \cdot (2 \cdot x^2 - 1)$	$\frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}} \cdot (2 \cdot x^2 - 1)$	$\frac{1}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$
3	$\frac{3}{4} \cdot \sqrt{\pi}$	$\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}{4 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}} \cdot (2 \cdot x^3 - 3 \cdot x)$	$\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}{4 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}} \cdot (2 \cdot x^3 - 3 \cdot x)$	$\frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{4 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$
4	$\frac{3}{2} \cdot \sqrt{\pi}$	$\frac{1}{4 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}} \cdot (4 \cdot x^4 - 12 \cdot x^2 + 3)$	$\frac{1}{4 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}} \cdot (4 \cdot x^4 - 12 \cdot x^2 + 3)$	$\frac{1}{16 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{16 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{16 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{16 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$
5	$\frac{15}{2} \cdot \sqrt{\pi}$	$\frac{1}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}} \cdot (4 \cdot x^5 - 20 \cdot x^3 + 15 \cdot x)$	$\frac{1}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}} \cdot (4 \cdot x^5 - 20 \cdot x^3 + 15 \cdot x)$	$\frac{1}{32 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{32 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{32 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{16 \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$
6	$\frac{285}{4} \cdot \sqrt{\pi}$	$\frac{1}{32 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}} \cdot (8 \cdot x^6 - 60 \cdot x^4 + 90 \cdot x^2 - 15)$	$\frac{1}{32 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}} \cdot (8 \cdot x^6 - 60 \cdot x^4 + 90 \cdot x^2 - 15)$	$\frac{1}{256 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{256 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{256 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{256 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$

Abb. 5 Zwischenergebnisse bei der Berechnung der orthonormierten Basis (Aufgabe 3 (b) )

an, die als Abb. 5 wiedergegeben ist.

Bei diesen ersten 6 Elementen der orthonormierten Basis unterscheiden sich also die orthonormierten Elemente  $P_i^{(0)}$  von den in der Literatur als *Hermite'sche Polynome* bezeichneten Funktionen  $H_i$  (s. Gl.-en 7.163 bis 7.169) um den in der letzten Spalte angegebenen Faktor. Dessen Bildungsgesetz erkennen wir jedoch besser, wenn wir auf die Reduzierung der Wurzelausdrücke zu möglichst kleinen Zahlenwerten verzichten. Dann erkennen wir nämlich, dass diese Faktoren identisch sind mit dem Ausdruck

$$C_n = \frac{1}{\sqrt{2^n \cdot n!} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}} \quad (15.148)$$

Ich verzichte erneut darauf, die Gültigkeit dieser Beziehung für alle weiteren  $n > 6$  explizite (durch vollständige Induktion) zu beweisen.

#### Aufgabe 4

Wir berechnen die Ableitung von  $P_n(x)$  über die Gl. 7.155

$$\frac{dP_n(x)}{dx} = \frac{1}{(x^2 - 1)} \cdot [n \cdot x \cdot P_n(x) - n \cdot P_{n-1}(x)] \quad (15.149)$$

und sodann

$$\begin{aligned} \frac{d^2 P_n(x)}{dx^2} &= \frac{(-2 \cdot x)}{(x^2 - 1)^2} \cdot [n \cdot x \cdot P_n(x) - n \cdot P_{n-1}(x)] \\ &\quad + \frac{1}{(x^2 - 1)} \cdot \left[ n \cdot P_n(x) + n \cdot x \cdot \frac{dP_n(x)}{dx} - n \cdot \frac{dP_{n-1}(x)}{dx} \right] \\ &= \frac{(-2 \cdot x)}{(x^2 - 1)^2} \cdot [n \cdot x \cdot P_n(x) - n \cdot P_{n-1}(x)] + \frac{n}{(x^2 - 1)} \cdot P_n(x) \\ &\quad + \frac{n \cdot x}{(x^2 - 1)^2} \cdot [n \cdot x \cdot P_n(x) - n \cdot P_{n-1}(x)] \\ &\quad - \frac{n}{(x^2 - 1)^2} \cdot [(n - 1) \cdot x \cdot P_{n-1}(x) - (n - 1) \cdot P_{n-2}(x)] \\ &= -\frac{n \cdot (n - 1)}{(x^2 - 1)^2} \cdot P_{n-2}(x) \\ &\quad - \left[ \frac{2 \cdot n \cdot x}{(x^2 - 1)^2} + \frac{n^2 \cdot x}{(x^2 - 1)^2} + \frac{n \cdot (n - 1) \cdot x}{(x^2 - 1)^2} \right] \cdot P_{n-1}(x) \\ &\quad + \left[ \frac{-2 \cdot n \cdot x^2}{(x^2 - 1)^2} + \frac{n}{(x^2 - 1)} + \frac{(n \cdot x)^2}{(x^2 - 1)^2} \right] \cdot P_n(x) \quad (15.150) \end{aligned}$$

(XXX: Der weitere Lösungstext dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

#### Aufgabe 8

(a) Wir beweisen zunächst, dass gilt

$$\begin{aligned} \mathbf{A} |k\rangle &= a \cdot |k\rangle ; \mathbf{B} |k\rangle = b \cdot |k\rangle ; a, b \in \hat{\mathbf{C}} \Rightarrow \\ [\mathbf{A}, \mathbf{B}] &= \mathbf{A} \bullet \mathbf{B} - \mathbf{B} \bullet \mathbf{A} = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (15.151)$$

Hierzu setzen wir die jeweiligen Eigenwertgleichungen für die Operatoren  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{B}$  in die linke Seite von Gl. 15.151 ein und erhalten:

$$(\mathbf{A} \bullet \mathbf{B}) |k\rangle - (\mathbf{B} \bullet \mathbf{A}) |k\rangle = \mathbf{A} (b \cdot |k\rangle) - \mathbf{B} (a \cdot |k\rangle) = a \cdot b |k\rangle - b \cdot a \cdot |k\rangle = 0 \quad (15.152)$$

(b) Um die in die umgekehrte Richtung weisende Aussage zu beweisen, setzen wir voraus, dass

$$[\mathbf{A}, \mathbf{B}] = \mathbf{0} ; \mathbf{A} |k\rangle = a \cdot |k\rangle \quad (15.153)$$

und zeigen, dass dann der Vektor  $|k\rangle$  auch Eigenvektor zu  $\mathbf{B}$  ist. Wir führen den Beweis indirekt und nehmen an, dass

$$\mathbf{B} |k\rangle = b \cdot |k\rangle + c \cdot |l\rangle \quad \text{wobei } \langle l | k \rangle = 0 \text{ und } c \neq 0 \quad (15.154)$$

D.h. der Vektor  $\mathbf{B} |k\rangle$  besteht außer einer Komponente in  $|k\rangle$ -Richtung (die jedoch auch 0 werden kann) insbesondere aus einer nicht verschwindenden Komponente senkrecht zu  $|k\rangle$ . Dann folgt

$$(\mathbf{A} \bullet \mathbf{B} - \mathbf{B} \bullet \mathbf{A}) |k\rangle = \mathbf{A} (b \cdot |k\rangle + c \cdot |l\rangle) - a \cdot (b \cdot |k\rangle + c \cdot |l\rangle) = c \cdot (\mathbf{A} |l\rangle - a \cdot |l\rangle) \quad (15.155)$$

Dieser Ausdruck muss aber nach Voraussetzung verschwinden, d.h. es folgt

$$c = 0 \text{ oder } (\mathbf{A} - a \cdot \mathbf{1}) |l\rangle = |0\rangle \quad (15.156)$$

Die Bedingung  $c = 0$  ist aber ein Widerspruch zur Annahme, dass  $|k\rangle$  nicht Eigenvektor zu  $\mathbf{B}$  ist. Die 2. Bedingung ist aber identisch mit der Eigenwertgleichung, also mit der Bedingung, dass  $|l\rangle$  ebenfalls Eigenvektor zu  $\mathbf{A}$  ist und zwar zu demselben Eigenwert  $a$  wie  $|k\rangle$ . Damit ist aber auch der Vektor  $\mathbf{B} |k\rangle$  Eigenvektor von  $\mathbf{A}$  und zu demselben Eigenwert  $a$ .

(XXX: Der weitere Text der Lösung zu dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

### Aufgabe 11

Die zufällige Auswahl von 6 Karten für den chien darf als unabhängige Wiederholung des Zufallsexperimentes

Entnahme von 1 Karte aus einem Kartenstapel

interpretiert werden. Allerdings verändert sich der Inhalt dieses Kartenstapels mit jeder Kartenentnahme. Da wir uns auf die Schätzung eines Näherungswertes beschränken dürfen, dürfen wir dieser Veränderung in 1. Näherung vernachlässigen. Dann aber



darf die Entnahme von 6 Karten der 6-maligen unabhängigen Wiederholung der Entnahme einer Karte aus dem Ausgangsstapel gleich gesetzt werden.

(a) Die Wahrscheinlichkeit, beim Ziehen einer Karte aus dem Ausgangsstapel von 78 Karten 1 Oudlers zu ziehen, beträgt

$$W(N_O = 1; 1 \text{ Zug}) = \frac{3}{78} \quad (15.157)$$

Da die Bedingung der Aufgabe lautet: *mindestens 1 Oudlers gezogen*, unterliegen die nachfolgenden Züge keinerlei Einschränkung. Die Wahrscheinlichkeit, im ersten von 6 Zügen einen Oudlers zu ziehen, beträgt daher ebenfalls

$$W(N_O = 1 \text{ im 1. Zug}) = \frac{3}{78} \quad (15.158)$$

Dasselbe gilt für die Wahrscheinlichkeit, den Oudlers in einem bestimmten anderen Zug zu ziehen. Also beträgt die in der Frage (a) angefragte Wahrscheinlichkeit

$$W(N_O \geq 1 \text{ in 6 Zügen}) = 6 \cdot \frac{3}{78} = \frac{3}{13} \approx 0,231 \quad (15.159)$$

(b) Die Wahrscheinlichkeit, beim Ziehen einer Karte aus dem Ausgangsstapel von 78 Karten 1 Trumpf zu ziehen, beträgt

$$W(N_T = 1; 1 \text{ Zug}) = \frac{19}{78} \quad (15.160)$$

Die Wahrscheinlichkeit, sowohl im 1. als auch im 2. Zug einen Trumpf zu ziehen, beträgt daher

$$W(N_T = 1 \text{ im 1. und im 2. Zug}) = \left(\frac{19}{78}\right)^2 \approx 0,0593 \quad (15.161)$$

Um die angefragte Bedingung zu erfüllen, muss es sich aber nicht um den 1. und den 2. Zug handeln sondern es können 2 beliebige unterschiedliche Züge sein. Die Gl. 15.161 muss also noch mit dem richtigen kombinatorischen Faktor multipliziert werden, nämlich mit der Anzahl der ungeordneten Proben vom Umfang 2 aus der Menge der Zahlen von 1 bis 6 :

$$k_3(6, 2) = \binom{6}{2} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15 \quad (15.162)$$

Also gilt

$$W(\text{mindestens 2 Trümpfe im chien}) = 15 \cdot 0,0593 = 0,89 \quad (15.163)$$

(c) Die Wahrscheinlichkeit, im 1. Zug weder einen Oudlers noch einen Trumpf zu ziehen, beträgt

$$W(N_O = N_T = 0; 1. \text{ Zug}) = \frac{78 - 22}{78} = \frac{56}{78} = \frac{28}{39} \approx 0,718 \quad (15.164)$$

und die Wahrscheinlichkeit, dass alle weiteren 5 Züge ebenfalls zu diesem Ergebnis führen, beträgt dann

$$W(N_O = N_T = 0; \text{ alle 6 Züge}) = \left(\frac{28}{39}\right)^6 \approx 0,137 \quad (15.165)$$

### Aufgabe 10

(XXX: Der Text zur Lösung dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

### Aufgabe 13

Wir beweisen zunächst die Aussage 7.646

$$-1 \leq \rho(a, b) \leq +1 \quad (15.166)$$

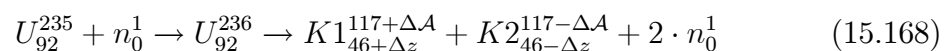
Hierzu gehen wir von der Definition des Korrelationskoeffizienten aus:

$$\begin{aligned} \rho(a, b) &= \frac{\text{cov}(a, b)}{\sqrt{\text{var}(a) \cdot \text{var}(b)}} = \frac{\langle (a - \langle a \rangle) \cdot (b - \langle b \rangle) \rangle}{\sqrt{\langle (a - \langle a \rangle)^2 \rangle \cdot \langle (b - \langle b \rangle)^2 \rangle}} \\ &= \frac{XXX}{XXX} \end{aligned} \quad (15.167)$$

(XXX: Der weitere Text zur Lösung dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

### Aufgabe 15

Bei der Spaltung von  $U_{92}^{235}$  durch thermische Neutronen entstehen im Mittel 2,3 Neutronen. Zur Vereinfachung unserer Rechnung nähern wir diesen Wert durch die Zahl 2 an. Ausserdem berücksichtigen wir, dass sowohl die Summe der Ordnungszahlen  $z$  der beteiligten Kerne als auch die Summe der Massenzahlen  $\mathcal{A}$  erhalten bleibt. Die dann entstehende Reaktionsgleichung schreiben wir in der Form



Die Verteilung der Spaltprodukte ist also symmetrisch bzgl. des Mittenkerns  $Pd_{46}^{117}$ . Aus der Abb. 19 entnehmen wir die Aussage, dass der Massendefekt bei konstanter Massenzahl  $\mathcal{A}$  nur wenig von der Ordnungszahl  $z$  abhängt. Die bei der Kernspaltung gem. GL. 15.168 frei werdende Energie (der auftretende Massendefekt) ist also in 1. Näherung nur von der Grösse  $\Delta \mathcal{A}$  abhängig. Wir berechnen nun diese Abhängigkeit:

Wir entnehmen der Abb. 19, dass etwa ab einer Massenzahl von 90 der Massendefekt pro Nukleon annähernd linear mit der Massenzahl abnimmt,

$$\frac{\Delta M}{M}(\mathcal{A}) = \frac{\Delta M}{M}(\mathcal{A}_0) + c \cdot (\mathcal{A} - \mathcal{A}_0) = \frac{\Delta M}{M}(\mathcal{A}_0) + c \cdot \Delta \mathcal{A} \quad (15.169)$$

Als Zahlenwert für  $\mathcal{A}_0$  entscheiden wir uns für den Wert

$$\mathcal{A}_0 = 117 \quad (15.170)$$

Eine Näherung für die Steigung  $c$  entnehmen wir ebenfalls der Abb. 19:

$$c = \frac{0,010}{244} \quad (15.171)$$

Der absolute Wert des Massendefektes bei der Spaltung beträgt also

$$\Delta M = 2 \cdot \Delta M(\mathcal{A} = 117) - \Delta M(\mathcal{A} = 236) + c \cdot \Delta \mathcal{A}_1 \cdot \mathcal{A}_1 + c \cdot \Delta \mathcal{A}_2 \cdot \mathcal{A}_2 \quad (15.172)$$

Wegen der Erhaltung der Summe der Massenzahlen bei diesem Prozess gilt jedoch

$$\Delta \mathcal{A}_1 = -\Delta \mathcal{A}_2 \quad (15.173)$$

Die Gl. 15.172 wird also zu

$$\Delta M = 2 \cdot \Delta M(\mathcal{A} = 117) - \Delta M(\mathcal{A} = 236) + c \cdot \Delta \mathcal{A}_1 \cdot (\mathcal{A}_1 - \mathcal{A}_2) \quad (15.174)$$

Die ersten beiden Summanden sind konstant. Solange die Näherung des linearen Abfalls des Massendefektes mit der Massenzahl zulässig ist, steigt der Wert  $\Delta M$  monoton mit dem Wert  $\Delta \mathcal{A}_1$ , und entsprechend nimmt die Häufigkeit für das Auftreten dieses Spaltproduktes zu. Das Häufigkeitsmaximum erwarten wir also in der Nähe der Massenzahl, bei dem der Massendefekt seinen Maximalwert erreicht, also knapp oberhalb des Wertes 60.

Dieses Ergebnis ist gut mit dem in der Abb. 32 wiedergegebenen Messergebnis verträglich.

### Aufgabe 16

Als nicht mit signifikant erhöhter Strahlungsgefahr belastet wird i.a. eine Situation angesehen, bei der die betrachtete (zusätzliche) radioaktive Bestrahlung um einen (noch festzulegenden) Faktor unter der an derselben Stelle vorliegenden sog. natürlichen radioaktiven Belastung liegt.

(XXX: Der weitere, eigentliche Lösungstext für diese Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

(XXX: Der weitere Text des Abschnitts *Lösungen der Aufgaben zu Heft Quantenmechanik* ist noch nicht verfügbar.)

## 15.2.7 zu Heft 8: Thermodynamik (-)

**Aufgabe 1**

(XXX: Der Lösungstext für diese Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

**Aufgabe 2**

Der energie-spezifische Flächenbedarf einer Photovoltaik-Einheit ist einfach der Kehrwert des angegebenen, über ein Jahr gemittelten Energiestroms pro Fläche,

$$J^{(E)} = \left( 42 \cdot \frac{kW \cdot h}{m^2 \cdot y} \right)^{-1} = 0,209 \cdot \frac{m^2}{W} \quad (15.175)$$

Um die analoge Größe für den Fall des Zuckerrüben-Anbaus zu bestimmen, müssen wir lediglich die angegebenen Zahlenwerte in korrekter Weise miteinander verknüpfen:

$$\begin{aligned} \frac{A}{J^{(E)}} &= \frac{1 \cdot ha \cdot y}{35,3 \cdot t_{Rüben}} \cdot \frac{1 \cdot t_{Rüben}}{0,139 \cdot t_{Zucker}} \cdot \frac{1 \cdot g_{Zucker}}{16,8 \cdot kJ} \cdot \frac{1 \cdot t}{10^6 \cdot g} \cdot \frac{10^4 \cdot m^2}{1 \cdot ha} \cdot \frac{1 \cdot kJ}{2,78 \cdot 10^{-4} \cdot kWh} \\ &= 0,436 \cdot \frac{m^2 \cdot y}{kWh} = 3,82 \cdot \frac{m^2}{W} \end{aligned} \quad (15.176)$$

Obwohl der Zuckerrüben-Anbau eine bzgl. der Ausbeute an Energie besonders effektive landwirtschaftliche Methode darstellt, ist dessen energie-spezifischer Flächenbedarf immer noch um gut eine Größenordnung höher als der der Photovoltaik und zwar gerechnet für unsere Breitengrade!

Das Ergebnis dieser Aufgabe ist von signifikanter energie- und umweltpolitischer Relevanz: Wenn es darum geht, in einer Zone der Erde, in der die bereitstellbare Fläche knapp ist, möglichst effektiv, d.h. unter Optimierung der Kenngröße  $\frac{\text{Energie}}{\text{Zeit} \cdot \text{Fläche}}$  Energie zu erzeugen, ist die Landwirtschaft nicht die Technik der Wahl, selbst wenn der vorhandene Boden dafür geeignet ist und Wasser in ausreichendem Maße zu Verfügung steht. Vielmehr ist die Photovoltaik selbst in Mitteleuropa der Landwirtschaft hierin bereits um mehr als eine Größenordnung überlegen. Nicht ein Naturgesetz, sondern einzig und allein die heute noch erforderliche hohe Investitionssumme pro Erzeugungseinheit steht dem generellen Durchbruch der Photovoltaik aktuell noch entgegen. Welche spezifischen Kosten für Wartung- und Ersatz-Investitionen bei einem großtechnischen Einsatz entstehen würden, ist z.Zt. nur sehr eingeschränkt vorhersehbar. Es gibt aber gute Gründe anzunehmen, dass die Photovoltaik auch in diesen beiden Bereichen den derzeit eingesetzten Techniken einschließlich der Windkraftenergie deutlich überlegen sein wird.

Das Ergebnis dieser Aufgabe gibt aber auch eine Orientierung über die durch biochemische Prozesse erreichbare Größenordnung der Umwandlung von solarer Einstrahlung in chemische Energie: Vergleichen wir den durch die Gl. 15.176 angegebenen Wert mit der sog. Solarkonstanten (Kapitel 8.11) und berücksichtigen, dass

- dieser Strahlungsstrom bei Mittelung über 1 Jahr etwa mit dem Faktor 0,25 gewichtet wird (Absatz S. 951), und dass

- im Mittel jeweils 35% der Erdoberfläche mit Wolken bedeckt sind,

so schätzen wir als Wirkungsgrad dieses Prozesses den Wert

$$\eta \approx \frac{\frac{1 \cdot W}{3,82 \cdot m^2}}{1,4 \cdot \frac{kW}{m^2} \cdot 0,25 \cdot 0,65} \approx 1 \cdot 10^{-3} \quad (15.177)$$

ab. Diese sehr grobe Abschätzung kann sicherlich nur eine Auskunft über die Größenordnung dieses Prozesses geben. Aber auch in dieser Näherung ist dieser Wert bereits eine wichtige Hilfe bei der Bestimmung der für den globalen Energie-Haushalt der Erde relevanten Prozesse, s. Absatz S. 942.

### Aufgabe 3

(XXX: Der Lösungstext für diese Aufgabe ist noch nicht verfügbar)

### Aufgabe 4

Die Joule-Thomson-Expansion ist ein Prozess bei konstanter teilchenbezogener Enthalpiedichte  $\hat{h}$ . Der für die dabei auftretende Entropie-Änderung relevante Materialparameter ist daher die Größe

$$\beta_s = \frac{\partial \hat{s}(\hat{h}, p)}{\partial p} \quad (15.178)$$

Diese können wir nach den Regeln der Differenzialrechnung wie folgt umwandeln:

$$\frac{\partial \hat{s}(\hat{h}, p)}{\partial p} = -\frac{\frac{\partial \hat{h}(\hat{s}, p)}{\partial p}}{\frac{\partial \hat{h}(\hat{s}, p)}{\partial \hat{s}}} = -\frac{\hat{v}}{T} < 0 \quad (15.179)$$

Dieses Ergebnis gilt für alle beliebigen Materialien, ist also insbesondere auch unabhängig von dem Vorzeichen des Joule-Thomson-Koeffizienten! Bei jedem Material nimmt also durch eine Joule-Thomson-Expansion ( $\delta p > 0$ ) die Entropie  $\hat{s}$  zu,

$$\Delta \hat{s} = -\int_{p_a}^{p_e} \frac{\hat{v}(\hat{h}, p)}{T(\hat{h}, p)} \cdot dp = \int_{p_e}^{p_a} \frac{\hat{v}(\hat{h}, p)}{T(\hat{h}, p)} \cdot dp \quad (15.180)$$

Wir diskutieren nun noch den Sonderfall eines idealen Gases. Es hat einen verschwindenden JTK, d.h. die Temperatur bleibt während der JT-Expansion konstant und es gilt

$$\hat{v} = \frac{k \cdot T}{p} \quad (15.181)$$

Die Gl. 15.180 wird daher zu

$$\Delta \hat{s} = \frac{1}{T} \cdot \int_{p_e}^{p_a} \frac{k \cdot T}{p} \cdot dp = k \cdot \ln \frac{p_a}{p_e} \quad (15.182)$$

**Aufgabe 5**

Wir schreiben die Gleichgewichtsbedingung für den freien Teilchenaustausch zwischen der flüssigen und der gasförmigen Phase (Gl. 8.211) als implizite Gleichung

$$f(T, p) = \mu_2(T, p) - \mu_1(T, p) = 0 \quad (15.183)$$

Nach den Regeln über die Differenziation impliziter Funktionen folgt daraus

$$\frac{dp}{dT} = -\frac{\frac{\partial f(T,p)}{\partial T}}{\frac{\partial f(T,p)}{\partial p}} = -\frac{\frac{\partial \mu_2(T,p)}{\partial T} - \frac{\partial \mu_1(T,p)}{\partial T}}{\frac{\partial \mu_2(T,p)}{\partial p} - \frac{\partial \mu_1(T,p)}{\partial p}} \quad (15.184)$$

Nun gilt aber für jede Phase

$$\frac{\partial \mu(T, p)}{\partial T} = \frac{\partial^2 G(T, p, N)}{\partial T \cdot \partial N} = -\frac{\partial S(T, p, N)}{\partial N} = -\hat{s}(T, p) \quad (15.185)$$

und entsprechend

$$\frac{\partial \mu(T, p)}{\partial p} = \frac{\partial^2 G(T, p, N)}{\partial p \cdot \partial N} = \frac{\partial V(T, p, N)}{\partial N} = \hat{v}(T, p) \quad (15.186)$$

Daher gilt

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\hat{s}_2 - \hat{s}_1}{\hat{v}_2 - \hat{v}_1} \quad (15.187)$$

Damit ist der 1. Teil dieser Aufgabe bereits bewiesen. Nun gilt aber für jede der beiden Phasen

$$\hat{e} = T \cdot \hat{s} - p \cdot \hat{v} + \mu \quad (15.188)$$

Also gilt auf der Koexistenzkurve ( $\mu_2 = \mu_1$ )

$$T \cdot (\hat{s}_2 - \hat{s}_1) = \hat{e}_2 - \hat{e}_1 + p \cdot \hat{v}_2 - p \cdot \hat{v}_1 = \hat{h}_2 - \hat{h}_1 \quad (15.189)$$

und die Gl. 15.187 wird zu

$$\frac{dp}{dT} = \frac{1}{T} \cdot \frac{\hat{h}_2 - \hat{h}_1}{\hat{v}_2 - \hat{v}_1}$$

**Aufgabe 7**

Wir bestimmen zunächst eine Näherung für die Steigung der Schmelzkurve von Wasser über die Clausius-Clapeyronsche Gl. 8.217:

$$\frac{dT}{dp} = T \cdot \frac{\hat{v}_L - \hat{v}_S}{\hat{h}_L - \hat{h}_S} = 273,15 \cdot K \cdot \frac{-0,083 \cdot \frac{dm^3}{kg}}{334 \cdot \frac{kJ}{kg}} \approx -8,3 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{K}{Pa} \quad (15.190)$$

Sodann schätzen wir den Druck ab, den ein Schlittschuhläufer unter der Schlittschuh-Kufe erzeugt:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{70 \cdot \text{kg}}{4 \cdot \text{mm} \cdot 280 \cdot \text{mm}} = 6,1 \cdot 10^5 \cdot \text{Pa} = 6,1 \cdot \text{bar} \quad (15.191)$$

Daraus resultiert eine Schmelztemperatureniedrigung von

$$\Delta T = -8,3 \cdot 10^{-8} \cdot 6,1 \cdot 10^5 \cdot \text{K} = 0,051 \cdot \text{K} \quad (15.192)$$

Es darf also vermutet werden, dass (entgegen häufig zu findender Anmerkungen) diese druckinduzierte Erniedrigung der Schmelztemperatur kaum einen signifikanten Einfluss hat auf die Gleiteigenschaften des Schlittschuhs auf dem Eis. Die äußerst niedrige Reibung muss also einen anderen Grund haben. Neuesten Untersuchungen folgend ist jede Eisoberfläche von  $T > -35^\circ\text{C}$  wegen der in der Grenzflächenschicht stark unterschiedlichen Bindungsverhältnisse mit einer 12 ... 70 · nm dicken Schicht aus flüssigem Wasser bedeckt.

### Aufgabe 8

Teil a): Die durch den Kontakt mit der Umgebungsluft auf die Heckscheibe übertragene Wärmestromdichte beträgt (Abschnitt 8.2.5)

$$j_{\text{Konv.}} = \alpha \cdot (T_L - T_{\text{Obj.}}) \quad ; \quad T_{\text{Obj.}} : \text{Temperatur der Scheibe} \quad (15.193)$$

Als Kennwert für den *Wärmeübergangskoeffizienten*  $\alpha$  einer ebenen Fläche gegenüber ruhender Luft findet man in den Tabellenwerken (z.B. [1])

$$\alpha = 3,5 \dots 35 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \quad (15.194)$$

Da die Scheibe immer etwas geneigt ist, andererseits eine sehr glatte Fläche den Wärmeübergang eher hindert, werden wir mit dem Wert  $\alpha = 20 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$  rechnen.

Der Strahlungskontakt findet mit der Zone der Atmosphäre statt, innerhalb der der größte Teil der von der Erdoberfläche ausgehenden Strahlung absorbiert wird. Wir setzen zur Orientierung als relevante Temperatur  $T_S$  den Wert an, den die für die Abstrahlung der Erdstrahlung in das Weltall relevante Schicht annimmt, nämlich

$$T_S \gtrsim -18^\circ\text{C} = 255 \cdot \text{K} \quad (15.195)$$

Dann ergibt sich als durch Strahlung abgegebene Leistungsdichte der Wert (Abschnitt 8.5.2)

$$j_S \approx \varepsilon_{\text{Obj.}} \cdot \sigma \cdot 4 \cdot (T_{\text{Obj.}} - 255 \cdot \text{K}) \cdot T_{\text{Obj.}}^3 \quad (15.196)$$

Den Emissionskoeffizienten der Scheibe schätzen wir mit  $\varepsilon_{\text{Obj.}} \approx 0,9$  ab. Im stationären Zustand sind diese beiden Stromdichten (Gl. 15.193 und 15.196) gleich,

$$\alpha \cdot (T_L - T_{\text{Obj.}}) = \varepsilon_{\text{Obj.}} \cdot \sigma \cdot 4 \cdot (T_{\text{Obj.}} - 255 \cdot \text{K}) \cdot T_{\text{Obj.}}^3 \quad (15.197)$$

Diese Gl. 4. Grades ist numerisch ohne Probleme lösbar. Wir bestimmen eine analytische Näherungslösung, indem wir die Gl. nach dem primär interessierenden Ausdruck  $T_L - T_{\text{Obj.}}$  auflösen, uns auf Werte  $T_{\text{Obj.}} \approx 0^\circ\text{C}$  beschränken und die Differenz  $(T_{\text{Obj.}} - 255 \cdot \text{K})$  daher durch den Wert  $18 \cdot \text{K}$  approximieren:

$$(T_L - T_{\text{Obj.}}) \approx \frac{\varepsilon_{\text{Obj.}} \cdot \sigma \cdot 4 \cdot 18 \cdot \text{K} \cdot (273 \cdot \text{K})^3}{20 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}} = 3,7 \cdot \text{K} \quad (15.198)$$

Der Temperaturunterschied zwischen der Temperatur der umgebenden Luft und der Heckscheibe eines Fahrzeugs kann also bei klarem Nachthimmel bis zu  $4 \cdot \text{K}$  betragen. Selbst bei Lufttemperaturen knapp oberhalb von  $0^\circ\text{C}$  können daher insbesondere die Front- und die Heckscheibe eines Autos vereist sein.

Teil b): Der Zusatz in der Aufgabenstellung, dass die Sonne nicht sehr hoch am Himmel stehe, soll nur unterstreichen, dass die Annahme der nahezu senkrecht auf das Thermometer auftreffenden Sonneneinstrahlung durchaus realitätsnah ist. Die nun zu diskutierende Situation ist gegenüber der des Aufgabenteils (a) etwas komplizierter, weil nun der Strahlungskontakt mit 2 verschiedenen Systemen erfolgt, nämlich mit der Sonne ( $T_{S1} = 5500 \cdot \text{K}$ ) und mit dem Rest des Taghimmels. Dieser verhält sich jedoch nicht wie ein schwarzer Körper. Wir werden ihn der Einfachheit halber nicht berücksichtigen. Bei der Sonne benutzen wir der Einfachheit halber unmittelbar den Wert der sog. Solarkonstanten, also die von der Sonne bei senkrechtem Einfall auf die Erdoberfläche eingestrahlte Leistung  $J_{\text{Solar}}$ . Dann lautet die Strahlungsbilanz einfach

$$\alpha \cdot (T_{\text{Obj.}} - T_L) = \varepsilon_{\text{Obj.}} \cdot J_{\text{Solar}} \quad (15.199)$$

$\varepsilon_{\text{Obj.}}$  ist nun der Absorptionskoeffizient des Thermometergehäuses. Wir schätzen diese Größe mit  $\varepsilon_{\text{Obj.}} \approx 0,2$ . Für  $\alpha$  müssen wir nun einen typischen Wert für eine senkrecht orientierte Fläche nehmen:  $\alpha \approx 5,8 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$ . Daraus folgt

$$(T_{\text{Obj.}} - T_L) = \frac{0,2 \cdot 1,4 \cdot \frac{\text{kW}}{\text{m}^2}}{5,8 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}} = 48,3 \cdot \text{K} \quad (15.200)$$

Dieses Ergebnis besagt folgendes:

Beabsichtigt man, mit einem Thermometer die Temperatur der umgebenden Luft zu messen, setzt es aber während der Messung der direkten Sonneneinstrahlung aus, so misst man einen Wert, der bis zu  $50^\circ\text{C}$  über der wahren Luft-Temperatur liegt.

### Aufgabe 10

(XXX: Der Lösungstext für diese Aufgabe ist noch nicht verfügbar)

### Aufgabe 12



Vorausgesetzt wird, dass die in der Gl. 8.330

$$g(E, \delta E) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \delta E}} \int_0^{\infty} \gamma_E(E', V, N) \cdot e^{-\frac{(E'-E)^2}{2 \cdot (\delta E)^2}} \cdot dE' \quad (15.201)$$

enthaltene Größe  $\gamma_E(E', V, N)$  in einem Intervall  $[E - \Delta E; E + \Delta E]$  ( $\Delta E \gg \delta E$ ) nur aus Singularitäten mit identischem Gewicht besteht:

$$\int_{E_i - \varepsilon}^{E_i + \varepsilon} \gamma_E(E', V, N) \cdot dE' = g(E) \quad \forall i \text{ mit } E_i \in [E - \Delta E; E + \Delta E] \quad (15.202)$$

Daraus folgt

$$g(E, \delta E) \approx \frac{g(E)}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \delta E}} \sum_{i=1}^{\infty} e^{-\frac{(E_i - E)^2}{2 \cdot (\delta E)^2}} \quad (15.203)$$

Da nun aber die Werte  $E_i$  in dem Bereich der Energie, für den die Funktion  $e^{-\frac{(E_i - E)^2}{2 \cdot (\delta E)^2}}$  signifikant von 0 verschieden ist, dicht liegen, darf in der Gl. 15.203 die Summation wieder durch die Integration ersetzt werden (XXX deutlicher),

$$g(E, \delta E) \approx \frac{g(E)}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \delta E}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{(E'-E)^2}{2 \cdot (\delta E)^2}} \cdot dE' = g(E) \quad (15.204)$$

### Aufgabe 13

Das System mit den Werten  $(2 \cdot E, 2 \cdot V, 2 \cdot N)$  kann man sich aus 2 identischen Teilsystemen mit den Werten  $(E, V, N)$  zusammengesetzt denken, zwischen denen ein freier Energieaustausch möglich ist. Dann gilt

$$g(2 \cdot E, 2 \cdot V, 2 \cdot N) = [g(E, V, N)]^2 \quad (15.205)$$

und entsprechend

$$\sigma(2 \cdot E, 2 \cdot V, 2 \cdot N) = \log \frac{[g(E, V, N)]^2}{g_0} = 2 \cdot \log \frac{g(E, V, N)}{\sqrt{g_0}} \quad (15.206)$$

D.h. die Homogenität von  $\sigma$  ist nur gegeben, wenn

$$g_0 = \sqrt{g_0} \quad \Rightarrow \quad g_0 = 1 \quad (15.207)$$

### Aufgabe 16

Der Grundumsatz eines normalgewichtigen Menschen beträgt

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = 75 \cdot kg \cdot 4 \cdot \frac{kJ}{kg \cdot h} \cdot \frac{24 \cdot h}{1 \cdot d} = 7.200 \cdot \frac{kJ}{d} \quad (15.208)$$

Dieser Energiestrom muss ständig von dem menschlichen Körper abgeführt werden, um die Körpertemperatur konstant halten zu können. Wenn aber die Außentemperatur mit der Körpertemperatur ( $37^\circ C$ ) identisch ist, entfallen alle Mechanismen der Wärmeleitung, -konvektion oder -strahlung. Es verbleibt die Möglichkeit der Verdunstung von Wasser. Der Körper ist gezwungen, seine Temperatur durch Schwitzen zu regeln. Hierzu benötigt er einen Verdunstungs-Massestrom  $\frac{dM}{dt}$ , der folgende Bedingung erfüllt:

$$\frac{dM}{dt} \cdot \Delta \tilde{e}_{ev} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \Rightarrow \quad (15.209)$$

$$\frac{dM}{dt} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \cdot \frac{1}{\Delta \tilde{e}_{ev}} = 7.200 \cdot \frac{kJ}{d} \cdot \frac{kg}{2.256 \cdot kJ} = 3,2 \cdot \frac{kg}{d} \quad (15.210)$$

Ein Tourist, der sich in einer derartigen Region aufhält und auch noch einige körperliche Aktivitäten vorhat, z.B. eine Wanderung durch den tropischen Regenwald, sollte also einen täglichen Wasserverbrauch von gut  $5 \cdot \frac{ltr}{d}$  einplanen.

### Aufgabe 19

Wir berechnen die Temperatur der durch Gravitation kollabierten Erde, indem wir die gegebenen Kennwerte bzw. die bekannten Naturkonstanten in die Gl. 3.867 einsetzen und erhalten

$$E_{\text{grav}} = 2,11 \cdot 10^{32} \cdot J \quad (15.211)$$

Wenn wir die spezifische Wärmekapazität der Einfachheit halber als temperatur- und druckunabhängig ansehen, dann erhalten wir die Temperatur, auf die sich die Erde bei diesem Prozess aufheizt, aus der Beziehung

$$E_{\text{therm}} = c \cdot M \cdot T = E_{\text{grav}} \Rightarrow \quad (15.212)$$

$$T = \frac{E_{\text{grav}}}{c \cdot M} = 5,35 \cdot 10^4 \cdot K \quad (15.213)$$

Diese Art der Berechnung setzt voraus, dass während dieses Vorgangs des fortschreitenden Verdichtens und Aufheizens der Materie keinerlei Energie verloren geht. Diese Annahme ist falsch, da die Emission thermischer Eigenstrahlung in keinem Fall behindert ist. Hierauf werden wir sogleich zurück kommen. Zunächst berechnen wir noch, wie angefragt, die Zeit, die die frühe Erde benötigte, wenn sie denn auf diese Temperatur aufgeheizt worden war, um sich auf etwa  $1500 \cdot ^\circ C \approx 1800 \cdot K$  abzukühlen:

$$N_e = \varepsilon_e \cdot \sigma \cdot \pi \cdot d^2 \cdot T^4 = -\frac{dE_{\text{Erde}}}{dt} = -c \cdot M \cdot \frac{dT}{dt} \quad (15.214)$$

$$-\int_{T_0}^{T_1} \frac{dT}{T^4} = \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{1}{T_1^3} - \frac{1}{T_0^3} \right) = \frac{\varepsilon_e \cdot \sigma \cdot \pi \cdot d^2}{c \cdot M} \cdot (t_1 - t_0) \quad (15.215)$$

$$(t_1 - t_0) = \frac{c \cdot M}{3 \cdot \varepsilon_e \cdot \sigma \cdot \pi \cdot d^2} \cdot \frac{1}{T_0^3} \cdot \left( \frac{T_0^3}{T_1^3} - 1 \right) \quad (15.216)$$

$$\approx \frac{c \cdot M}{3 \cdot \varepsilon_e \cdot \sigma \cdot \pi \cdot d^2} \cdot \frac{1}{T_1^3} \quad (15.217)$$

D.h. bei der Berechnung der Abkühlzeit spielt die Ausgangstemperatur, sofern sie denn nur genügend hoch ist, nur eine verschwindende Rolle! Durch Einsetzen der angegebenen Kennwerte bzw. der bekannten Naturkonstanten erhalten wir

$$(t_1 - t_0) = 274 \cdot y \quad (15.218)$$

also eine in erdgeschichtlichen Zeiträumen bewertet extrem **kurze** Zeitspanne!

Zur Abrundung dieser Ergebnisse berechnen wir noch die Abkühlzeit für eine Ausgangstemperatur, die gleich der aktuellen Temperatur im Zentrum der Erde ist von

$$T_{\text{Erddzentrum}} \approx 5 \cdot 10^3 \cdot K \quad (15.219)$$

Sodann verwenden wir die korrekte Berechnungsformel gem. Gl. 15.216 und erhalten nahezu denselben Zahlenwert:

$$(t_1 - t_0) = 268 \cdot y \quad (15.220)$$

Aus diesen Ergebnissen können wir insgesamt folgern: Die Energie, die bei der Bildung von Planeten aus kosmischem Staub auf dem Wege einer gravitativ getriebenen Agglomeration (vgl. Abschnitt 10.2.7) frei wird, reicht grundsätzlich aus, um diesen Planeten auf einige  $10^4 \cdot K$  aufzuheizen. Ohne weitere Energiezufuhr aus anderen Quellen als der Gravitation geht diese Energie aber auf dem Wege der elektromagnetischen Strahlung extrem schnell wieder verloren. Voraussetzung hierfür ist, dass der Planet (noch) keine feste Kruste oder gar eine ganze Mantelschicht erhalten hat, die einen effektiven Wärmetransport an die Planetenoberfläche auf dem Wege der Konvektion verhindert. Wenn man also annähme, dass außer der Gravitation keine weitere Energiequelle vorhanden war, kommt man zu dem Schluss, dass bei der Bildung der Erde die *heiße Phase*, die also zu einer signifikanten Erwärmung der entstehenden Erde geführt hat, höchstens einige  $100 \cdot y$  gedauert haben kann. Anderenfalls hätte sich im Inneren der Erde keine Temperatur der Größenordnung  $5 \cdot 10^3 \cdot K$  konservieren können. Wie wir heute wissen, ist diese Annahme jedoch völlig falsch. Das thermische Geschehen im Inneren der Erde wird durch langlebige radioaktive Isotope beherrscht. Diese bilden eine Wärmequelle, die auch heute noch die primäre Ursache sind für die Konvektionsströme im Inneren der Erde und damit für die sog. Plattentektonik und den Vulkanismus, s. Abschnitt 10.2.9. In der für die vorliegende Aufgabe relevanten frühen Phase der Erdgeschichte war der Energiestrom dieser Wärmequelle noch deutlich höher.

**Aufgabe 18**

Bei der Ableitung eines Blitzes zum Erdboden fließt durch das Kabel des Blitzableiters ein Stromstoß der Größenordnung

$$J_{\max} \lesssim 6 \cdot 10^4 \cdot A ; \tau \sim 1 \cdot 10^{-3} \cdot s \quad (15.221)$$

Damit das Kabel hierbei nicht zerstört wird, muss sichergestellt sein, dass es hierdurch nicht zum Schmelzen gebracht werden kann. Die hierbei in jedem Längenelement des Leiters in Wärme umgesetzte Energie

$$dE_{\text{elektr.}} = J^2 \cdot \frac{\rho \cdot dl}{A} \cdot \tau \quad (15.222)$$

$A$  : Querschnittsfläche des Kabels

$\rho$  : spezifischer elektrischer Widerstand von  $Al$

muss also deutlich kleiner sein als die zum Schmelzen dieses Längenelementes erforderliche Energie

$$dE_{\text{therm.}} = c(Al) \cdot (T_{\text{Schmelz}}(Al) - T_0) \cdot m \cdot A \cdot dl \quad (15.223)$$

Die Bedingung

$$dE_{\text{therm.}} > dE_{\text{elektr.}} \quad (15.224)$$

führt auf die Ungleichung

$$c(Al) \cdot (T_m(Al) - T_0) \cdot m \cdot A > J^2 \cdot \frac{\rho}{A} \cdot \tau \Rightarrow \quad (15.225)$$

$$A^2 > \frac{J^2 \cdot \rho \cdot \tau}{c(Al) \cdot (T_m(Al) - T_0) \cdot m} \Rightarrow$$

$$A > J \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot \tau}{c(Al) \cdot (T_m(Al) - T_0) \cdot m}} \quad (15.226)$$

Das Einsetzen der Zahlenwerte ergibt

$$\begin{aligned} A &> 6 \cdot 10^4 \cdot A \cdot \sqrt{\frac{2,87 \cdot 10^{-8} \cdot \Omega \cdot m \cdot 1 \cdot 10^{-3} \cdot s}{0,896 \cdot \frac{j}{g \cdot K} \cdot 640 \cdot K \cdot 2,702 \cdot \frac{g}{cm^3}} \cdot \frac{\frac{V}{A}}{\Omega} \cdot \frac{J}{V \cdot A \cdot s} \cdot \frac{10^2 \cdot cm}{m}} \\ &= 6 \cdot 10^4 \cdot A \cdot \sqrt{\frac{2,87}{0,896 \cdot 6,4 \cdot 2,702} \cdot 10^{-11} \cdot \frac{cm^4}{A^2}} \\ &= 6 \cdot 10^{-2} \cdot cm^2 \cdot \sqrt{0,225} = 2,8 \cdot mm^2 \quad (15.227) \end{aligned}$$

Verwendet man bei der Installation eines Blitzableiters als Ableitungskabel ein Aluminiumband mit einer Querschnittsfläche von z.B.  $2 \cdot mm * 5 \cdot mm$ , so ist dieses gegen einer Überhitzung ausreichend geschützt.

**Aufgabe 20**

Der Energieeintrag in einen Solarkollektor beträgt unter optimalen Bedingungen (s. Gl. 8.501) pro Fläche  $\delta A$

$$\frac{\langle N \rangle_d}{\delta A} = T_{ref}^4 \cdot \sigma \cdot 4 \cdot \langle \sin \psi \rangle_d \approx T_{ref}^4 \cdot \sigma \quad (15.228)$$

Der Energiebedarf zur Verdampfung eines Volumens  $V$  an flüssigem Wasser beträgt

$$E_{evap.} = V \cdot m \cdot \lambda \quad (15.229)$$

Innerhalb eines Jahres erzielt man so pro Flächeneinheit eine Wasserhöhe  $h$  von

$$h = \frac{T_{ref}^4 \cdot \sigma \cdot 365 \cdot d}{m \cdot \lambda} = \frac{(279,2 \cdot K)^4 \cdot 5,67 \cdot 10^8 \cdot \frac{W}{m^2 \cdot K} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot \frac{s}{s}}{1 \cdot \frac{kg}{dm^3} \cdot 2,26 \cdot 10^6 \cdot \frac{Ws}{kg}} \quad (15.230)$$

$$= 3,36 \cdot m \quad (15.231)$$

Da ein Niederschlag von  $300 \cdot \frac{mm}{a}$  bereits für Klimazonen typisch ist, deren Bodenbeschaffenheit einem Übergang zwischen einem halbtrockenen und einem humiden Gebiet entsprechen, sollte eine ähnliche Menge für eine intelligente Bewässerung landschaftlich genutzter Flächen ausreichen. M.a.W. mit einem solaren Meerwasserentsalzungsmodul von  $1 \cdot m^2$  Nutzfläche sollten etwa  $10 \cdot m^2$  Ackerland bewässert werden können und zwar (in den für dieses Konzept relevanten Zonen mit hoher Anzahl von Sonnenscheinstunden pro Jahr) weitgehend autonom, d.h. ohne weiteren Energiebedarf. Durch konsequente Umsetzung des Konzeptes des Wärmeaustausches im Gegenstrom (in diesem Fall von zuströmendem Meerwasser und abfließendem Nutzwasser) sollte dieser Zahlenwert von ca. 10 : 1 sogar noch deutlich verbessert werden können.

Als bisher nicht berücksichtigter Energiebedarf verbleibt insbesondere der Energieaufwand zur Anhebung des Meerwassers auf die Höhe der landwirtschaftlich genutzten Fläche. Dies sind etwa (s. Gl. 8.670)

$$\Delta E_{grav.} = 270 \cdot \frac{kWh}{m^3\text{-Wasser} \cdot 100 \cdot m} \quad (15.232)$$

Zusammenfassend stellt sich aus meiner Sicht die Frage, warum nicht schon heute mit derartigen dem aktuellen Stand der Technik entsprechenden, in diesem Sinne also *konventionellen* solaren Entsalzungsanlagen große Teile der heute als Wüsten vorliegenden küstennahen Gebiete einer landwirtschaftlichen Nutzung zugeführt werden, insbesondere in Nordafrika, auf der arabischen Halbinsel, in Südwestafrika und Westaustralien. Mir ist bekannt, dass die Aufgabe der Meerwasser-Entsalzung Gegenstand aktueller und intensiv betriebener Forschung und Geräte-Entwicklung ist. Ich habe allerdings den Eindruck, dass hierbei an Realisierungskonzepten gearbeitet wird,

die wesentlich aufwändiger und damit teurer sind als die hier diskutierte einfache Destillation.

### Aufgabe 21

Wir stützen uns auf die Gl. 3.61

$$r = \frac{q^2}{p \cdot (1 + e \cdot \cos \varphi)} \quad (15.233)$$

und berechnen die Geschwindigkeit, mit der sich dieser Abstand verändert:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{q^2 \cdot e \cdot \sin \varphi}{p \cdot (1 + e \cdot \cos \varphi)^2} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = r \cdot \frac{d\varphi}{dt} \cdot \frac{e \cdot \sin \varphi}{(1 + e \cdot \cos \varphi)} \quad (15.234)$$

Der Term  $r \cdot \frac{d\varphi}{dt}$  ist aber identisch mit der pro Zeiteinheit von dem Fahrstrahl des Planeten überstrichenen Fläche. Gem. dem 2. Keplerschen Gesetz ist diese Größe eine (für jede Planetenbahn unterschiedliche) Konstante,

$$r \cdot \frac{d\varphi}{dt} = C_1 \quad (15.235)$$

Die Gl. 15.234 vereinfacht sich daher zu

$$\frac{dr}{dt} = C_1 \cdot \frac{e \cdot \sin \varphi}{(1 + e \cdot \cos \varphi)} \quad (15.236)$$

Verwenden wir nun die Näherung

$$e \ll 1 \quad (15.237)$$

so gilt in linearer Näherung bzgl.  $e$

$$\frac{dr}{dt} \approx C_1 \cdot e \cdot \sin \varphi \quad (15.238)$$

Der Abstand  $r$  des Planeten von der Sonne führt also (in dieser Näherung) eine harmonische Oszillation um seinen Mittelwert aus.

Der zeitliche Mittelwert einer Größe  $X$ , die nicht direkt als Funktion  $X(t)$  vorgegeben ist, sondern als Funktion der Größe  $z(t)$ , beträgt gem. Gl. 7.261

$$\langle X \rangle_t = \frac{1}{T} \cdot \int_{t=0}^T X(z) \cdot z(t) \cdot dt \quad (15.239)$$

Daher berechnet sich der zeitliche Mittelwert von  $\frac{1}{r^2}$  gem.

$$\begin{aligned}
 \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{1}{r^2} \cdot \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^{-1} \cdot d\varphi \\
 &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{p^2 \cdot (1 + e \cdot \cos \varphi)^2}{q^4} \cdot \frac{q^2}{p \cdot (1 + e \cdot \cos \varphi) \cdot C_1} \cdot d\varphi \\
 &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{p \cdot (1 + e \cdot \cos \varphi)}{q^2 \cdot C_1} \cdot d\varphi = \frac{1}{T} \cdot \frac{p}{q^2 \cdot C_1}
 \end{aligned} \tag{15.240}$$

Wir kommen also zu dem wichtigen Ergebnis, dass in linearer Näherung bzgl. der numerischen Exzentrizität  $e$  der Mittelwert des Abstandsquadrats der Erde von der Sonne, und damit der Mittelwert der solaren Einstrahlung **unabhängig ist von dieser Exzentrizität**.

Dieses Ergebnis wird uns insbesondere bei der Suche nach der Ursache für das Auftreten der fast periodisch wiederkehrenden Abfolge von Warm- und Kaltzeiten während der Erdneuzeit wichtige Dienste leisten.

### Aufgabe 22

Wir bestimmen die Anzahl der Tage, während denen die in der Batterie eines E-Autos gespeicherte Energie in der Lage ist, den Strombedarf des Haushalts zu liefern:

$$\Delta t = \frac{60 \cdot kWh \cdot 365 \cdot d}{4000 \cdot kWh} = 5,5 \cdot d \tag{15.241}$$

In einem deutschen 3-Personenhaushalt, der im Besitz eines E-Autos ist, reicht also die Energie der voll geladenen Autobatterie aus, um den Haushalt während 5 Tagen mit elektrischer Energie zu versorgen. Umgekehrt steht dieser Speicher bei entsprechend intelligenter Steuerung für die temporäre Zwischenspeicherung einer Menge an Energie zur Verfügung, die der Menge des Stromverbrauchs dieses Haushaltes während gut eines Tages entspricht.

Die Lösung dieser Aufgabe hat sich als extrem einfach herausgestellt. Ich bitte den Leser um Entschuldigung, dass ich sie überhaupt gestellt habe. Ich habe es getan, weil ich diese Fragestellung für ein besonders klares Beispiel zur Untermauerung meiner bereits mehrfach geäußerten Behauptung ansehe, dass viele politische Fragen mit naturwissenschaftlichem Hintergrund bereits durch sehr einfache Näherungsberechnungen beantwortet werden können, die z.B. jeder Absolvent eines naturwissenschaftlichen Gymnasiums ohne zusätzliche Anleitung in der Lage sein sollte, selbst durchzuführen.

### Aufgabe 23

Um eine Menge Wasser der Masse  $M$  um die Höhendifferenz  $\Delta z$  anzuheben, wird die Energie

$$\Delta E = M \cdot g \cdot \Delta z = V \cdot m \cdot g \cdot \Delta z \quad (15.242)$$

benötigt. Unsere Aufgabenstellung ergibt daher den Wert

$$\begin{aligned} \Delta E &= 0,8 \cdot m \cdot 41,5 \cdot 10^3 \cdot km^2 \cdot \frac{1 \cdot 10^3 \cdot kg}{1 \cdot m^3} \cdot 9,81 \cdot \frac{m}{s^2} \cdot 1 \cdot m \cdot \frac{2,78 \cdot 10^{-7} \cdot kWh}{1 \cdot kg \cdot m \cdot s^{-2}} \\ &= 0,905 \cdot 10^8 \cdot kWh = 0,905 \cdot 10^2 \cdot GWh \end{aligned} \quad (15.243)$$

Wir vergleichen diesen Wert mit dem aktuellen Verbrauch an elektrischer Energie:

$$-Personenhaus \frac{\Delta E}{\Delta E_{ges}} = \frac{0,905 \cdot 10^2 \cdot GWh}{1,057 \cdot 10^5 \cdot GWh} = 0,86 \cdot 10^{-3} \quad (15.244)$$

Für jeden Meter, den der Meeresspiegel ansteigt, werden also die Niederlande zusätzlich  $1 \cdot \%$  ihres aktuell gegebenen Verbrauchs an elektrischer Energie ausgeben müssen.

(XXX: Der weitere Text des Abschnitts *Lösungen der Aufgaben zu Heft Thermodynamik* ist noch nicht verfügbar.)

15.2.8 zu Heft 9: *Kristallphysik* (-/-)

(XXX: Der Text des Abschnitts *Lösungen der Aufgaben zu Heft Kristallphysik* ist noch nicht verfügbar.)

15.2.9 zu Heft 10: *Elementarteilchen, Kosmologie* (-)

### Aufgabe 1

(XXX: Der Lösungstext für diese Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

### Aufgabe 3

Wir schätzen die Wahrscheinlichkeit ab, dass diese beiden Ereignisse innerhalb von  $1 \cdot d$  auftreten. Diese Fragestellung ist gleich bedeutend der Frage, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein (zweiter) Meteorid innerhalb einer absolut vorgegebenen Zeit, nämlich  $\pm 12 \cdot h$  um die Passage des ersten herum auf die Erde einschlägt. Diese Wahrscheinlichkeit beträgt

$$W \approx \frac{1 \cdot d}{100 \cdot y} \approx 3 \cdot 10^{-5} \quad (15.245)$$

Lediglich auf  $3,7 \cdot 10^4$  Meteoriten-Einschläge dieser Größenordnung kommt 1 derartiges Doppelereignis. Dieses Ergebnis ist wohl noch kein **Beweis**, dass diese beiden



Ereignisse doch mit einander verknüpft waren, aber ein starkes Indiz.

Für wesentlich plausibler halte ich folgende Hypothese: Der Asteroid 2012 DA14 bestand aus einem Doppelsystem, dem von der NASA verfolgten und vermessenen Asteroiden und einem Begleiter, dessen Masse etwa 1/10 von 2012 DA14 betrug und der sein Gravitationszentrum auf einer Bahn der Größenordnung  $2,8 \cdot 10^4 \cdot km$  umkreiste. Es bestand keinerlei Chance, diesen Begleiter vorab zu erkennen. Bei dem Vorbeiflug dieses Systems an der Erde kam es dann zur Kollision dieses (2012 DA14)-Mondes mit der Erde.

(XXX: Der weitere Text des Abschnitts *Lösungen der Aufgaben zu Heft 10 (Elementarteilchen, Kosmologie)* ist noch nicht verfügbar.)

15.2.10 zu Heft 11: Optik (-)

**Aufgabe 1**

Wir beweisen sofort das Snellius-Gesetz, da - wie wir sehen werden - das Reflexionsgesetz als ein Sonderfall dieses Gesetzes angesehen werden kann, und verwenden die in der Abb. 1 des Abschnitt 11.2 angeführten Bezeichnungen. Dann betragen die Wegstrecken  $l_1$  (von  $P_1$  zum Auftreffpunkt  $S$  auf der Grenzfläche) und  $l_2$  (von  $S$  zum Punkt  $P_2$ )

$$l_1 = \frac{h_1}{\cos \alpha_1} \quad ; \quad l_2 = \frac{h_2}{\cos \alpha_2} \quad (15.246)$$

Die Laufzeit des Lichtes von  $P_1$  über  $S$  nach  $P_2$  beträgt daher

$$t = c_1 \cdot l_1 + c_2 \cdot l_2 = \frac{c_1 \cdot h_1}{\cos \alpha_1} + \frac{c_2 \cdot h_2}{\cos \alpha_2} \quad (15.247)$$

Diese durch die Gl. 15.247 definierte Funktion gilt es zu minimieren unter der Nebenbedingung (Cosinussatz)

$$F(\alpha_1; \alpha_2) = \left( \frac{h_1}{\cos \alpha_1} \right)^2 + \left( \frac{h_2}{\cos \alpha_2} \right)^2 - d^2 - 2 \cdot \frac{h_1}{\cos \alpha_1} \cdot \frac{h_2}{\cos \alpha_2} \cos(\alpha_1 + \alpha_2) \quad (15.248)$$

D.h. wir müssen die Funktion

$$\begin{aligned} \frac{dt(\alpha_1)}{d\alpha_1} &= \frac{\partial t(\alpha_1; \alpha_2)}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial t(\alpha_1; \alpha_2)}{\partial \alpha_2} \cdot \frac{d\alpha_1(\alpha_2)}{d\alpha_2} \quad \text{mit} & (15.249) \\ \frac{d\alpha_1(\alpha_2)}{d\alpha_2} &= - \frac{\frac{\partial F(\alpha_1; \alpha_2)}{\partial \alpha_2}}{\frac{\partial F(\alpha_1; \alpha_2)}{\partial \alpha_1}} \end{aligned}$$

berechnen und = 0 setzen. Wir führen einige Zwischenergebnisse an:

$$\frac{\partial F(\alpha_1; \alpha_2)}{\partial \alpha_1} = \frac{2 \cdot h_1}{\cos^2 \alpha_1} \cdot \left( \frac{h_1 \cdot \sin \alpha_1}{\cos \alpha_1} + \frac{h_2 \cdot \sin \alpha_2}{\cos \alpha_2} \right) \quad (15.250)$$

$$\frac{\partial t(\alpha_1; \alpha_2)}{\partial \alpha_1} = \frac{c_1 \cdot h_1 \cdot \sin \alpha_1}{\cos^2 \alpha_1} \quad (15.251)$$

Die Ableitungen nach  $\alpha_2$  ergeben sich einfach durch Austauschen der Indizes. Insgesamt folgt daraus

$$\frac{dl(\alpha_1)}{d\alpha_1} = \frac{c_1 \cdot c_2 \cdot h_1}{\cos^2 \alpha_1} \cdot (c_2 \cdot \sin \alpha_1 - c_1 \cdot \sin \alpha_2) \quad (15.252)$$

$$\frac{dl(\alpha_1)}{d\alpha_1} = 0 \Rightarrow \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} = \frac{c_2}{c_1} \text{ q.e.d.} \quad (15.253)$$

Zum Beweis des Reflexionsgesetzes müssen wir lediglich bedenken, dass jetzt beide Strahlen sich in demselben Medium ausbreiten; ansonsten sind die geometrischen Bedingungen völlig identisch. In diesem Fall gilt daher einfach

$$\frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} = 1 \quad (15.254)$$

### Aufgabe 2

(XXX: Der die Lösung dieser Aufgabe beschreibende Text ist noch nicht verfügbar. Das Ergebnis der Rechnung ist:)

$$\Delta = d \cdot \sin \alpha \cdot \left( 1 - \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right) \quad (15.255)$$

### Aufgabe 4

Wir ersetzen zunächst den (absichtlich) etwas unscharf gewählten Begriff *Hellichtigkeit* durch die Größe Beleuchtungsstärke  $E_v$ . Die beiden Außentüren werden also gleichmäßig mit Licht beschienen, das auf ihnen eine Beleuchtungsstärke  $E_v$  erzeugt. Demzufolge fällt in das Zimmer ein Lichtstrom ein von

$$J_v^{(0)} = E_v^{(0)} \cdot 2 \cdot (1,20 \cdot m \cdot 2,00 \cdot m) = E_v^{(0)} \cdot 4,8 \cdot m^2 \quad (15.256)$$

Dieser Lichtstrom trifft auf die umliegenden Wände und wird von diesen zu einem Anteil  $R$  reflektiert. Die gesamte Oberfläche des Zimmers beträgt

$$\begin{aligned} A_{ges} &= 2 \cdot (5 \cdot m + 8 \cdot m) \cdot 2,50 \cdot m + 2 \cdot 5 \cdot m \cdot 8 \cdot m \\ &= 145 \cdot m^2 \end{aligned} \quad (15.257)$$

Die Fläche der Türöffnungen beträgt

$$A_{Tür} = 4,8 \cdot m^2 \quad (15.258)$$

und das Verhältnis dieser beiden Flächen

$$\frac{A_{Tür}}{A_{ges}} = 0,033 \quad (15.259)$$

Wir werden nun nicht versuchen, das weitere Schicksal des von einer Wand reflektierten Lichtes in voller Allgemeinheit und ohne weitere, vereinfachende Annahmen zu verfolgen. Diese Vorgehensweise ist grundsätzlich und ohne größere Verständnisprobleme, aber mit einem erheblichen Rechenaufwand durchführbar. Man bezeichnet sie meist als *ray tracing* und verwendet hierzu heute kommerziell verfügbare Software-Pakete. Wir bemühen uns um eine analytische Näherungslösung und machen hierzu folgende vereinfachende Zusatzannahmen:

Wir definieren den mittleren Remissionsfaktor  $\langle R \rangle$  aller Zimmerwände gem.

$$\langle R \rangle = \frac{A_{Tür}}{A_{ges}} \cdot 0 + \left(1 - \frac{A_{Tür}}{A_{ges}}\right) \cdot R = 0,967 \cdot R \quad (15.260)$$

und betrachten zunächst den Fall

$$1 - \langle R \rangle \ll 1 \quad (15.261)$$

Dann wird jeder herausgegriffene Lichtstromanteil sehr oft von den Wänden remittiert, bevor er vollständig absorbiert worden ist, und die Raumbeleuchtungsstärke hat im gesamten Raum annähernd denselben Wert. Insbesondere ist die Beleuchtungsstärke an den Wänden (außerhalb der Türen) überall annähernd gleich. Unter diesen Bedingungen können wir auf das ray tracing verzichten und die Beleuchtungsstärke durch eine einfache Bilanzierung ermitteln. Für jeden Ausschnitt einer Zimmerwand beträgt weiterhin der von jedem Flächenelement absorbierte, also dem Strahlungsfeld entzogene Lichtstromanteil

$$\delta j_v = (1 - \langle R \rangle) \cdot (j_v)_{eff} \quad (15.262)$$

$(j_v)_{eff}$  ist dabei die insgesamt - einschließlich aller Mehrfachreflexionen - auf das betrachtete Flächenelement auftreffende Lichtstromdichte. Der insgesamt im stationären Zustand vorhandene Vernichtungs-Strom hat dann den Wert

$$J_v^{(-)} = (1 - \langle R \rangle) \cdot (j_v)_{eff} \cdot A_{ges} \quad (15.263)$$

Im stationären Zustand muss dieser Strom betragsgleich sein zu dem durch die Türen einfallenden Lichtstrom

$$J_v^{(+)} = J_v^{(0)} = E_v^{(0)} \cdot A_{Tür} \quad (15.264)$$

Daraus folgt

$$\begin{aligned} (1 - \langle R \rangle) \cdot (j_v)_{eff} \cdot A_{ges} &= E_v^{(0)} \cdot A_{Tür} \Rightarrow \\ (j_v)_{eff} &= E_v^{(0)} \cdot \frac{A_{Tür}}{A_{ges}} \cdot \frac{1}{(1 - \langle R \rangle)} \end{aligned} \quad (15.265)$$

Diese Näherungsrechnung gilt streng genommen nur für den Fall extrem heller Zimmerwände. Sie liefert aber eine gute Orientierung über die grundlegenden Gegebenheiten.

Die Beleuchtungsstärke in dem Zimmer hängt also außer von dem Flächenverhältnis der lichteinlassenden Öffnungen zur gesamten Oberfläche des Zimmers stark von dem Wert  $R$  ab. Sobald dieser deutlich kleiner ist als 1, 0 (dunkler Fußbodenbelag, holzverkleidete Zimmerdecke, getönte Tapeten, umfangreiche dunkle Möblierung), kann auch eine breite Fensterfront den Raum nicht bis in die Tiefe gleichmäßig ausleuchten. Man ist dann gezwungen, selbst bei hellem Tageslicht den hinteren Bereich des Zimmers durch Kunstlicht aufzuhellen.

Ohne natürliches Tageslicht gelten analoge Überlegungen. Der zur Ausleuchtung eines Raumes erforderliche Gesamt-Lichtstrom hängt maßgeblich von der mittleren Remission der Zimmerwände ab. Durch eine etwas ungünstige Auswahl der oben bereits aufgezählten Einrichtungselemente kann man diesen Wert leicht um den Faktor 2 bis 3 erhöhen.

#### **Aufgabe 5**

(XXX: Der Text zur Lösung der Aufgabe 5 ist noch nicht verfügbar.)

#### **Aufgabe 8**

(XXX: Der Text zur Lösung der Aufgabe 8 ist noch nicht verfügbar.)

#### **Aufgabe 9**

(XXX: Der Text zur Lösung der Aufgabe 9 ist noch nicht verfügbar.)

(XXX: Der weitere Text des Abschnitts *Lösungen zu den Aufgaben zu Heft Optik* ist noch nicht verfügbar.)

#### *15.2.11 zu Heft 12: Materialwissenschaft (-/-)*

(XXX: Der Text des Abschnitts *Lösungen zu den Aufgaben zu Heft Materialwissenschaft* ist noch nicht verfügbar.)

#### *15.2.12 zu Heft 13: Strukturanalyse (-/-)*

(XXX: Der Text des Abschnitts *Lösungen zu den Aufgaben zu Heft Strukturanalyse* ist noch nicht verfügbar.)

#### *15.2.13 zu Heft 14: Elektronik (-/-)*

(XXX: Der Text des Abschnitts *Lösungen zu den Aufgaben zu Heft Elektronik* ist noch nicht verfügbar.)

### 15.3 Literatur zur Physik insgesamt (-)

1. H. Kuchling, Taschenbuch der Physik, Verlag Harry Deutsch, Thun u. Frankfurt/Main 1985
2. <http://en.wikipedia.org>
3. International recommended value of the Fundamental Physical Constants; National Institute of Standards and technology Gaithersburg (ML) and Boulder (CO)(USA); <http://physics.nist.gov/cuu/constants/>
4. Brockhaus Enzyklopädie, Mannheim, 1991, 19. Auflage, Bd. 14, S. 303
5. [www.semibyte.de/](http://www.semibyte.de/)
6. <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/igo/>

(XXX: Die weiteren, an dieser Stelle vorgesehenen Literaturzitate sind noch nicht verfügbar.)

## Stichwortverzeichnis

- Äquivalenz, topolog. v. Kurven, 489  
Äquivalenzrelation, 148  
Öffnungswinkel e. Objektivs, 1466  
1-Stoff-Elektrolyt, 901  
3-Alpha-Prozess, 1171  
3-er-Vektorprodukt, 128
- Abbé, Ernst, 1421  
Abbildung e. Menge, 142  
Abbildungsmaßstab (opt. Gerät), 1515  
Abbildungsstrahlengang, 1517  
Abel, Niels Hendrik, 652  
Aberration, sphärische e. Linse, 1463  
abgeschlossene Hülle e. Menge, 144  
Abgeschlossenheit e. Menge, 144  
Abgeschlossenheit eines Systems, 303  
Abrasion, 1769  
Abrieb, Def., 1764  
Abriebkoeffizient, Def., 1768  
Abriebrate, Def., 1768  
Abrikosov, Aleksei Aleksejewitsch, 80  
Absorption, optische, 1441  
Absorptionskoeffizient, optischer, 1441  
Absorptionskontrast b. opt. Abb., 1522  
Absorptionsquerschnitt, Def., 1443  
Absorptionsspektrum, optisches, 1441  
Achromat, Def., 1465  
Adaption d. menschlichen Auges, 1576  
Adiabatische Zustandsänderung, 842  
Adjungierter Operator, 675  
Adresse e. elektron. Baugruppe, 1935  
Äquivalentdosis, 800  
Äquivalenz, logische, 1920  
Aerosol, 887  
Äther-Konzept d. klass. Mech., 229  
Aggregatzustand e. Materials, 1705
- Akkommodation d. Auges, 1570  
Akkretionsscheibe, 1162  
Aktiver Zweipol, 1813  
Aktivität, radioaktive, 799  
Al-Chwarizmi, Abu Abdulla, 148  
Albedo, 942  
Algebra, moderne, 148  
Algorithmus, 1930  
Alhazen, eigl. Ibn al-Haitham, 1421  
aliasing-Effekte, 1963  
Alpha-Strahlung, 756  
Alterssichtigkeit, Def., 1571  
Ampère, André Marie, 56  
Amplitudenmodulation, 1887  
anaerob (Def.), 994  
Analogrechner, 1905  
Analytische Fortsetzung, 491  
Analytische Funktion, Def., 485  
Andasol, 1555  
Anden (Faltungsgebirge), 1237  
Anderson, Carl David, 1131  
Andromeda-Galaxie, 1351  
Anemometer, 351  
Aperturblende, 1466  
Aphel e. Ellipse, 106  
Apochromat, Def., 1465  
Arbeitspunkt, elektronischer, 1817  
Archimedes v. Syrakus, 88  
Archimedessche Prinzip, 319  
Ardenne, Manfred v., 1536  
Area-sinus hyperbolicus Arsinh, 113  
Arezzo, Guido von, 431  
Aride Bereiche des Festlands, Def., 986  
Aristoteles, 74  
Armstrong, Edwin Howard, 1945

- Assembler (Def.), 1933  
Asteroid, 1341  
Asteroidengürtel, 1341  
Astigmatismus e. Linse, 1464  
astronomische Einheit, Def., 343  
Asymptotische Freiheit d. Quarks, 1152  
Atmosphäre d. Erde, 964  
Atompilz, 770  
Aufenthaltswahrscheinlichkeit, 641  
Auftrieb, hydrostatischer, 319  
Auftriebs-Beiwert (strömungstechn.), 323  
Aussagen, logische (Def.), 1919  
Ausstrahlung, spez. e. opt. Qu., 1481  
Austastlücke i. Fernsehsignal, 1948  
Austauschprozess, 313  
Austrittspupille e. Linsensystems, 1466  
Avalox, Avelox, 1541  
Avogadro, Lorenzo R. A. C., 54  
Avogadro-Konstante, 54  
Azimut, Def., 209
- Baade, Walter, 1189  
Bacon, Sir Francis, 1239  
Bandpass-Filter, 1870  
Bandsperr-Filter, 1870  
Bardeen, John, 85  
Barkhausen, Heinrich Georg, 1857  
Barkhausenformel f. E-Röhren, 1857  
Bartholin, Erasmus, 1452  
Baryonen, Def., 1131  
Baryonenzahl e. Elementarteilchens, 1131  
BAS-Signal (Fernsehtechnik), 1948  
Basis e. Vektorraums, 653  
Basistransformation, 654  
Bassow, Nicolaj Gennadijewitsch, 1502  
Beaufort, Sir Francis, 352  
Becquerel, Antoine Henri, 636  
Beer, August, 1443  
Belegungsplan (e. Kristallgitters), 1123  
Beleuchtungsinvarianz d. Farbk., 1601  
Beleuchtungsstrahlengang, 1517  
Bell, Alexander Graham, 84  
Bell, Susan Jocelyn, 1189  
Bernoulli, Daniel, 322  
Bernoulli-Gleichung, 322  
Beschleunigungsfeld, Def., 211  
Bessel, Friedrich Wilhelm, 1396  
Bestrahlung, 1485  
Bestrahlungsdichte, spezifische, 1485  
Bestrahlungsstärke, 1484  
Bestrahlungsstärke, Def., 1487  
Bestrahlungsstrom, 1484  
Beta-Strahlung, 757  
Bethe, Hans Albrecht, 1170  
Bethe-Weizsäcker-Zyklus, 1170  
Beton, 1742  
Betz, Albert, 398  
Beugungseffizienz e. Gitters, 1469  
Bewegungsgleichung i.d. Mechanik, 315  
bijektive Abbildung, 143  
Bildübertrager, 1531  
Bildanalyse, Def., 1549  
Bildfeldwölbung, 1464  
Bildungs-Entropie, 857  
Binnig, Gerd, 1538  
Binomialverteilung, 691  
Biot, Jean-Baptiste, 582  
Biot-Savart-Gesetz d. Elektrodynamik, 582  
bit error rate (Def.), 1937  
Bit-Error-Rate, 1936  
Blend (Def.), 1734  
Blitz (Gewitter-), 549  
Blitzableiter, 553  
Bloch, Felix, 1797  
Bode, Johann Elert, 456  
Boltzmann, Ludwig, 906  
Boltzmann-Faktor, 917  
Boltzmann-Konstante, 912  
Bosch, Carl, 859  
Bosch, Robert, 84  
Bose, Satyendra Nath, 709  
Bose-Statistik, 925  
Bose-Teilchen, Boson, 709  
Bowler, mechanical, 1778

- Bowling-Sport, 1777  
 Boyle, Robert, 844  
 Boyle-Mariott, Gesetz von, 844  
 Brahe, Tyge Ottesen, gen. Tycho, 219  
 Brattain, Walter Houser, 85  
 Braun, Karl Ferdinand, 598  
 Brechkraft e. Linse, 1459  
 Brechungsgesetz  
     Snellius Gesetz, 1433  
 Brechungsindex, 1433  
 Bremsgitter e. E-Roehre, 1858  
 Brennweite e. Linse, 1459  
 Brewster, Sir David, 1438  
 Brewsterwinkel, 1438  
 Brillanz e. Farbortes, 1605  
 Brillouin, Léon, 748  
 Brillouin-Streuung, 748  
 Broglie, Louis Victor de, 630  
 Bronze, 1730  
 Brout, Robert, 1137  
 Brown, Michael E., 1344  
 Bruch, Walter, 1953  
 Bruno, Giordano, 1378  
 Buchführung, doppelte, 464  
 Bulge (in einer Galaxie), 1352  
 Bunsen, Robert Wilhelm, 322  
 Bus eines Digitalrechners, 1934  
  
 Cantor, Georg Ferdinand Ludwig Phillipp,  
     136  
 Carlisle, Anthony, 896  
 Carlson, Chester Floyd, 556  
 Carnot, Nicolas Léonard Sadi, 817  
 Carnot-Wirkungsgrad, 1057  
 Carré, Ferdinand, 1064  
 Cassini-Huygens (Raumsonde), 1304  
 Cassini; Giovanni Dominico, 1395  
 Cauchy-Folge, 154  
 Cauchy-Integralformel, 490  
 Cauchy-Integralsatz, 488  
 Cauchy-Riemannschen Diff.-Gl., 484  
 Cauchy-Schwarzsche Ungleichung, 659  
  
 Cavendish, Henry, 355  
 Celsius, Anders, 819  
 Ceres (Zwergplanet), 1343  
 cgs-System d. Grundeinh., 55  
 Chadwick, Sir James, 758  
 Chalfie, Martin, 1524  
 charm-Quark, 1147  
 Charmonium, 1147  
 Chatelier, Henry Louis le, 863  
 Chatelier-Braun-Prinzip, 863  
 Chauchy, Augustin Louis Baron, 154  
 chemical shift, 1797  
 Chemische Energie, Def., 820  
 Chemisches Potenzial, Def., 820  
 chirale Symmetrie, 1453  
 Chromatische Aberration e. Linse, 1465  
 Chromatographie, 1785  
 Cladding e. opt. Faser, 1471  
 Clapeyron, Benoit Pierre Emile, 817  
 Clausius, Rudolf Julius Emanuel, 254  
 Clausius-Clapeyron-Gleichung, 868  
 CNO-Zyklus, 1169  
 COBE (Raumsonde), 1374  
 Cochlea, 448  
 Colombo Guiseppe, 1265  
 Columbia (Super-Kontinent), 1003  
 Compiler (Def.), 1933  
 Composite, 1738  
 Compoundierung von Polymeren, 1739  
 Compton, Arthur Holly, 748  
 Compton-Effekt, 748  
 Condon, Edwin Uhler, 636  
 confinement , 1147  
 Coriolis, Gaspard Gustave, 275  
 Coriolisbeschleunigung, 275  
 Cosinussatz, 110  
 Cotton, Aimé Auguste, 1456  
 Coulomb, Charles August de, 53  
 Coulomb, Charles Augustin de, 477  
 Cowan, Clyde Lorrain Jr., 1139  
 Crazing, 1734  
 Cumuluswolken, 970



- Curie, Jacques, 542  
Curie, Marie, 756  
Curie, Pierre, 539, 756  
Curie-Gesetz, 539, 577  
Curiosity (Marssonde), 1274  
Cyclon, 1044
- Daansgard-Oeschger-Zyklen, 997  
Daguerre, Louis Jacques Mandré, 1562  
Dampfdruckkurve, 865  
Dansgaard, Willi, 997  
Daumensprungverfahren, 340  
Davenport, Thomas, 84  
Davisson, Clinton Joseph, 630  
Davy, Humphry, 896  
dB-Skala, 329  
Debye, Peter Josephus Wilhelmus, 539  
Debye-Gleichung, 539  
Debye-Hückel-Onsager-Theorie, 900  
deckende Farbschicht, 1616  
Deep Space Comet Hunter (Raumsonde), 1334  
Dehnung e. Festkörpers, 1676  
Dehnung, bleibende, eines Materials, 1698  
Deimos (Marsmond), 1286  
Demokrit, 1129  
Densitometer, Def., 1532  
Descartes, René, 199  
Determinante e. Matrix, 123  
Determinantensatz, 125  
Diapositiv-Projektor, 1530  
Dichroismus (Polarisationseffekt), 1448  
Dichte einer Variablen, 828  
Dichte, optische, 1442  
Dielektrische Funktion, 540  
Dielektrische Verschiebungsdichte, 534  
Dielektrisches Materialverhalten, 537  
Dielektrizitätskonstante (Vakuum-), 514  
Dielektrizitätskonstante, relative, 535  
Differential scanning calorimetry, 1770  
Differenzierbarkeit e. Funktion, 160  
Dimension eines Vektorraums, 653  
Diode, elektron. Bauelement, 1841  
Diode, Elektronenröhre, 1854  
Dione (Saturnmond), 1312  
Dioptrie, Def., 1460  
Dirac, Paul Adrien Maurice, 69  
direktes Produkt v. Untervektorr., 656  
Disjunktion, logische, 1920  
Dispersion, 886  
Dissoziation i. Elektrolyten, 897  
Dissoziationsgrad, 898  
Distributionen, mathem., 69  
Divergenz eines Vektorfeldes, 183  
Donner, 553  
Doppler, Christian Johann, 244  
Doppler-Effekt, 244  
Doppler-Effekt, transversaler, 249  
Drahtwiderstand, el. Bauteil, 1830  
Drehimpuls, Definiton, 296  
Drehkondensator, el. Bauteil, 1838  
Drehwinkel, 134  
Dreieckschaltung, 616  
Dreyer, Johan Ludvig Emil, 1350  
Druck (Definition), 302  
Dschunkensegel, 407  
Duisberg, Friedrich Carl, 84  
Duktilität von Materialien, 1698  
Dunlop, John Boyd, 1716  
Dur-Tonleiter, 426  
Durchflutungsgesetz, 583, 585  
Durchgriff e. Elektronenroehre, 1856  
Durchlassspannung einer Diode, 1842  
Durchschnittsmenge, 141  
Dynamisch-mech. Analyse (Def.), 1686  
Dynamische Variablen, 290  
Dynamo, Gen elektr. Energieströme, 589  
Dyson, Frank Watson, 288
- Eötvös, Lorand Baron, 273  
Eastman, George, 1562  
Ebenenspiegelung, 130  
Eddington, Arthur Stanley, 288  
Edison, Thomas Alva, 1496

- Edukt e. chem. Reaktion, 851  
 EGNOS (Satelliten-Mission), 385  
 Ehrenfest, Paul, 649  
 Ehrenfest-Theorem, 649  
 Eich-Transformation (Elektrodyn.), 595  
 Eigenvektoren eines Operators, 673  
 Eigenwerte eines Operators, 673  
 Einfach zusammenhängendes Gebiet, 488  
 Einfallsebene, 1432  
 Einheitsmatrix, 122  
 Einheitszelle (e. Kristalls), 1122  
 Einstein, Albert, 629  
 Einstein-Konvention, 276  
 Eintrittspupille e. Linsensystems, 1466  
 Eiszeitalter (Def.), 992  
 Elastizitätsmodul, 1710  
 Elastizitätsmodul (Def.), 1681  
 Elastizitätstensor, 1679  
 Elastomer, Definition, 1711  
 electronic balance, (Messprinzip), 354  
 Elektro-Lumineszenz, 1445  
 Elektrochemisches Potenzial, 896  
 Elektrode, elektrochemische, 905  
 Elektrolyt (Def.), 897  
 Elektrolyt, starker bzw. schwacher, 898  
 Elektrolytkondensator, el. Bauteil, 1839  
 Elektrometer, 547  
 Elektromotor, 590  
 Elektronendurchmesser, 1136  
 Elektronenvolt (Def.), 512  
 Elektromog, 802  
 Elektrostriktion, 541  
 Elementarladung, 510  
 Elementarteilchen (Def.), 1130  
 Elevationswinkel, Def., 209  
 Ellipse, Def., 106  
 Emissionsvermögen, 932  
 Emitterfolger, 1878  
 Empfindlichkeit e. Detektors, 1505  
 Emulsion, 887  
 Enantiomer (Def.), 1454  
 Enceladus (Saturnmond), 1320  
 Endoskop, 1531  
 Energiedichte des Gravitationsfeldes, 308  
 Energiedosis radioaktiver Bestr., 799  
 Energieformen, 291  
 Energiestromquelle, 1813  
 Englert, François, 1137  
 Ensemble-Mittelwert, 908  
 Ent-Elektrisierungsfaktor, 535  
 Entartung, 673  
 Enthalpie, Def., 312, 827  
 Entropie (statistische Definition), 911  
 Entropieartige Gibbs-Funktion, 829  
 Entropieformen, Def., 829  
 Erathostenes von Kyrene, 342  
 Erdkern, 1226  
 Erdkruste, kontinentale, 1227  
 Erdkruste, ozeanische, 1227  
 Erdmantel, oberer, 1227  
 Erdmantel, unterer, 1227  
 Ereignis, relativistische Def., 232  
 Ereignis, wahrscheinlichkeitstheor., 680  
 Ergebnis, wahrscheinlichkeitstheor., 680  
 Eris (Zwergplanet), 1344  
 Ersatzschaltung, elektronische, 1819  
 Erwartungswert einer Zufallsgröße, 686  
 Erwartungswert, mathem. Def., 685  
 Erythemische Empfindlichkeit, 1488  
 Euklid, 136  
 Euler, Leonhard, 134  
 Eulersche Formel, 482  
 Eulersche Winkel, 134  
 Eulerscher Satz, 312  
 Europa (Mond), 1298  
 Eutektikum, 875  
 Exergie, Def., 1078  
 Exo-Planet, 1212  
 Exosphäre, 1251  
 Extensive Variablen, 290  
 Extinktion, optische, 1442  
 Förster, Heinz v., 74  
 Fahrenheit, Daniel Gabriel, 819

- Falk, Gottfried, 100  
Falschlicht, Def., 1527  
Faltengebirge (Def.), 1235  
Faltungintegral, 495  
Faraday, Michael, 192  
Faradayscher Käfig, 523  
Farbe, Def., 1591  
Farbladung e. Quarks, 1146  
Farbmischung, additiv, subtraktiv, 1601  
Farbort e. Messstrahlung, 1597  
Farbrezeptur, 1617  
Farbsättigung, 1600  
Farbtemperatur e. opt. Strahlung, 1491  
Farbtemperatur einer Lichtquelle, 1599  
Farbton, 1600  
Fay, Francois de Cistenay du, 477  
Fehler einer Messung, Def., 90  
Fehler, systematische, Def., 92  
Fehlerfortpflanzung, Def., 92  
Fehlerfortpflanzungsgesetz, 95  
Fehlerrechnung, Def., 89  
Fehlsichtigkeit, Def., 1571  
Feinstrukturkonstante, 63  
Feldenergie d. Gravitation, 308  
Feldlinien (Def.), 192  
Feldlinse, 1531  
Feldstärke, elektrische, 515  
Feldstaerke, allgem. Def., 222  
Fermat, Pierre de, 1428  
Fermatsches Prinzip, 1428  
Fermi, Enrico, 636  
Fermi-Statistik, 922  
Fermi-Teilchen, Fermionen, 709  
Fernrohr, 1578  
Feststoff-Aerosol, 887  
Feuchte, relative z.B. von Luft, 866  
Feuchtgebiet, Def., 986  
Feynman, Robert, 59  
Filter, elektronische, 1865  
Fläche im Raum (Def.), 158  
Flaschenzug, 390  
Fleming, Sir John Ambrose, 1853  
Fluchtpunkt, 114  
Fluss, magnetischer (Def.), 575  
Folge v. Zahlen, Def., 154  
Folienkondensator, el. Bauteil, 1838  
Ford, Henry, 84  
Forest de Lee, 1853  
Fortpflanzungskonstante e. Vierpols, 1828  
Fossil (Def.), 990  
Fourier-Theorem, 173  
Fovea d. Auges, 1569  
Fowler, Sir Ralph Howard, 636  
Franklin, Benjamin, 477  
Fraunhofer, Josef von, 733  
Freie Energie, Def., 827  
Freie Enthalpie, Def., 827  
Frequenz e. period. Beweg., 214  
Frequenzmodulation, 1890, 1945  
Fresnel, August Jean, 1422  
Fresnelsche Gleichungen, 1435  
Friedmann, Alexander Alexandrovitch, 283  
Friedrich, Walter, 1802  
Frisch, Otto, 807  
Fujita, Tetsuya Theodore, 1045  
Fujita-Skala, 1045  
Fundamentalsatz der Algebra, 483  
Funktionentheorie, Def., 478  
Gödel, Kurt, 138  
Günz-Eiszeit, 995  
Güte e. Schwingkreises, 1862  
Gaffelsegel, 408  
Galaxie, 1350  
Galaxie, elliptische, 1352  
Galaxien, aktive, 1355, 1361  
Galaxien-Cluster, 1369  
Galilei, Galileo, 229  
Galilei-Transformation, 229  
Galileo (Satelliten-Navigation), 384  
Galle, Johann Gottfried, 1329  
Galvani, Luigi, 895  
galvanische Trennung, Def., 1848

- Gammastrahlung, 608  
 Ganymed (Mond), 1299  
 Ganze Zahlen, Def., 152  
 Gaschromatographie, 1786  
 Gasgleichung, allgemeine, 844  
 Gasometer, 1091  
 Gasplaneten, 1256  
 Gastheorie, kinetische, 845  
 Gatter, elektronische, 1921  
 Gauss'scher Satz, 183  
 Gauss, Carl Friedrich, 90  
 Gauss-Ebene, Def., 482  
 Gauss-Verteilung, Def., 695  
 Gay-Lussac, Gesetze von, 844  
 Gay-Lussac, Joseph Louis, 844  
 Gay-Lussac-Humboldt-Gesetz, 859  
 Gay-Lussac-Koeffizient, 835  
 Gebrauchsverhalten eines Werkstoffs, 1664  
 Gel, 888  
 Gell-Mann, Murray, 1144  
 Gemässigte Breiten, klimabezogen, 978  
 Gennes, Pierre-Gilles de, 59  
 Geräusch, akustisches (Def.), 421  
 Gerade, Def., 101  
 Germer, Lester Halbert, 630  
 Gesteinsplaneten, 1256  
 Gibbs, Josiah Willard, 291  
 Gibbs-Funktion, Def., 291  
 Gibbssche Phasenregel, 867  
 Giessen e. Formteils, 1758  
 Gilbert, William, 477  
 Giotto (Raumsonde), 1333  
 Gitter, optisches, 1469  
 Glühemission, 1854  
 Glasübergang, 1687  
 Glastemperatur eines Materials, 1687  
 Gleichgewicht, dynamisches, 313  
 Gleichheit v. Mengen, 141  
 Gleiten e. Schiffs, 414  
 Gleitmodul (Def.), 1682  
 Globar, 1792  
 Gluehlampe, 1496  
 Gluon, 1152  
 GOCE (Satelliten-Mission), 985  
 Godfrey, Thomas, 1585  
 Goethe, Johann Wolfgang von, 1591  
 Gold, Thomas, 1190  
 Gondwana (südl. Super-Kontinent), 1003  
 Goodwin, Hannibal, 1562  
 Grünling b. Sinterprozess, 1759  
 Graßmann, Herrmann, 128  
 Graßmann-Identität, 128  
 Gradient eines skalaren Feldes, 182  
 Gram, Hans Christoph Joachim, 1541  
 Gram-positive Bakterien  
     Gram-negative Bakterien, 1541  
 Granit, 1227  
 Gravitations-Schwerpunkt, 261  
 Gravitationskonstante, 273  
 Gray, Harold, 800  
 Greenberg, Oscar Wallace, 1146  
 Gregorianischer Kalender, 360  
 Grenzflächenenergie, spezifische, 885  
 Grenzflächenphysik, 885  
 Grenzwert e. Folge, 154  
 Gross, David J., 1152  
 Grundeinheiten der Physik, 55  
 Gruppe, kommutative, 652  
 Guericke, Otto von, 477  
 Guldberg, Cato Maximilian, 859  
 Gummielastizität von Materialien, 1711  
 Guralnik, Gerald Stanford, 1137  
 Gurevich, Alexandr Viktorovich, 552  
 Gurney, Ronald Wilfried, 636  
 Händigkeit e. Vektor-Tripels, 127  
 Höhenformel, barometrische, 396  
 Hörschwelle, 446  
 Hückel, Erich Armand A. J., 896  
 Haas, de Wander Johannes, 586  
 Haber, Fritz, 859  
 Haber-Bosch-Verfahren, 859  
 Hadley, Georges, 978  
 Hadley, John, 1585

- Hadley-Zelle, 978  
Hadronen (Def.), 1146  
Haerte fester Materialien, 1704  
Haertezahl n. Mohs, 1704  
Haertezahl n. Vickers, 1704  
Hagen, Carl Richard, 1137  
Hahn, Otto, 1138  
Halban, Hans v., 630  
Halbordnung (algebraische) , 149  
Halbwertzeit, 758  
Hall, Asaph, 1286  
Halley, Edmond, 343  
Halleyscher Komet, 1333  
Halo (astronom.), 1362  
Halogen-Glühlampe, 1497  
Hamilton, Sir William Rowan, 626  
Han, Moo-Young, 1146  
Hansen, William Webster, 602  
Hardware (Def.), 1933  
Harmonische Bewegung, Def., 215  
Harrison, John (Uhrmacher), 348  
Hasselbalch, Karl Albert, 905  
Hauptebene e. dicken Linse, 1463  
Hauptreihe des HRD, 1181  
Hauptsatz der Diff. u. Integralr., 163  
Hayashi, Chushiro, 1181  
Hayashi-Linie, 1181  
Heisenberg, Werner Karl, 634  
HeLa-Zelle, 1546  
Hell, Stefan, 1545  
Helligkeit, scheinbare e. Sterns, 1177  
Helligkeitsinvarianz der Farbkennung, 1595  
Helmholtz, Herm. Ludw. Ferd. v., 191  
Helmholtz-Satz, 191  
Henderson, Lawrence Joseph, 904  
Henderson-Hasselbalch-Gl., 905  
Henry, Joseph, 580  
Herapath, William Bird, 1449  
Herapathit (Iodchininsulfat), 1449  
Hermite'sche Differenzialgleichung, 668  
Hermite'sche Polynome, 667  
Hermite, Charles, 667  
hermitesche Operatoren, 675  
Herschel, Friedrich Wilhelm, 603  
Hertz, Heinrich, 215  
Hertzprung, Ejnar, 1180  
Hertzprung-Russell-Diagramm (HRD),  
1181  
Hewish, Antony, 1190  
Higgs, Peter, 1137  
Higgs-Boson, 1137  
Hilbert, David, 659  
Hilbert-Raum, 660  
Himalaya, 1236  
Himmelsäquator, 209  
Himmelsphäre, 208  
hinreichende Bedingung, 138  
Hipparchos von Nicaea, 378  
Hipparcos (ESA-Raumsonde), 1396  
Hochpass-Filter, 1868  
Hochsegel o. Bermudasegel, 407  
Hohlspiegel, opt. Bauelement, 1468  
Holozän (Erdzeitalter), 995  
homöomorphe Mengen, 146  
Homodyn-Verstärker, 1961  
Homogenität, physikalische, 861  
Hooke, Robert, 1679  
Hooke-sches Gesetz, 1679  
Hubble, Edwin Powell, 1376  
Hurricane, 1044  
Huygens, Christiaan, 1428  
Huygens-Prinzip, 1428  
Hydronium-Ion, 898  
Hydrostatik, Def., 318  
Hyperbel , 111  
Iapetus (Saturnmond), 1319  
Identische Teilchen, 636  
Imaginäre Zahlen, Def., 481  
Impedanz, elektrische, 1815  
Implikation, logische, 1920  
Impuls (Definition), 292  
Induktion, elektromagnetische, 580  
Induktion, magnetische (Def.), 565

- Induktion, vollständige, 140  
 Induktivität, Def., 587  
 Induktivität, elektron. Bauelement, 1834  
 Infimum, 150  
 Infrarot-(IR-)Strahlung, 603  
 injektive Abbildung, 142  
 Innere Energie, 303  
 Innere Transmission, 1443  
 Innere Variablen, 876  
 Inneres einer Menge, Def., 146  
 Integration e. Funktion, Def., 161  
 Intensive Variablen, 290  
 Inter instrument agreement, 1633  
 Inter instrument agreement, Def., 1529  
 Interferenz, 628  
 Interferenz von Teilchen, 630  
 Interferenzfilter (dichroitische F.), 1474  
 Interpenetrating network, 887  
 Inertialsystem, Def., 227  
 Inverse e. Matrix, 122  
 Inverter (elektronischer) , 1875  
 Io (Mond), 1295  
 Irisblende, 1473  
 Irrationale Zahlen, Def., 153  
 Irreversible Prozesse, 826  
 Ives, Herbert Eugene, 249
- Jacobi, Carl Gustav Jacob, 129  
 Jacobi, Moritz Hermann, 590  
 Jacobi-Identität, 129  
 Jakobusstab, 1585  
 Jeans, James Hopwood, 927, 1160  
 Jeans-Kriterium, 1160  
 jet stream, 966  
 Johnson, Harold Lester, 1608  
 Jones, R. Clark, 1426  
 Jones-Matrix, 1427  
 Jones-Vektor, 1426  
 Josephson, Brian David, 80  
 Joule, James Prescott, 291  
 Joule-Thomson-Expansion, 836  
 Joule-Thomson-Koeffizient, 836
- Judd, Deanne, 1591  
 Junktoren, logische (Def.), 1919
- Köhler, August Karl Johann Valentin, 1518  
 Köhler-Anordnung, 1518  
 Köllitzer, Albert von, 606  
 Körper, mathem. , Def., 480  
 Kühlmaschine, 1064  
 Kadenz (Musik), 425  
 Kaempfe, Hermann Anschütz, 350  
 Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft, 84  
 Kallisto (Jupitermond), 1300  
 Kalorische Zustandsgleichung, 839  
 Kaltzeit, Eiszeit (Def.), 992  
 Kammerton (Musik), 430  
 kanonisch konjugierte Variablen, 633  
 Kapazität, elektrische, 512  
 Kapazität, verallgemeinerte, Def., 301  
 kartesisches Koordinatensystem, 199  
 kataklysmische Veränderliche, 1200  
 Kausalität i.d. Rel.-theorie, 238  
 Kausalitätsbedingung eines Systems, 494  
 Kehlkopf, 441  
 Kekulé, Friedrich August, 859  
 Kelvin, Lord of Largs, 56  
 Kenorland (Super-Kontinent), 1003  
 Kepler, Johannes, 58  
 Kernspinresonanz, 1796  
 Kerr, John, 1455  
 Kerr-Effekt, 1455  
 Kettenmatrix e. lin. Vierpols, 1822  
 Kettenregel d. Diff.-rechng., 160  
 Kibble, Thomas Walter Bannermann-, 1137  
 Kilby, Jack St. Clair, 1847  
 Kinetische Energie, 299  
 Kirchhoff, Gustav Robert, 455  
 Kirchhoffsche Regeln, 1811  
 Kirchhoffsches Strahlungsgesetz, 932  
 Klang (Def.), 422  
 Klang, reiner, 424

- Kleinsignalverhalten, elektron., 1817  
Klimamodell, lokales, 950  
Klystron, 1853  
Knipping, Paul Karl Moritz, 1802  
Knoll, Max, 1582  
Kobayashi, Makoto, 1148  
Kodaly Zoltan, 431  
Koexistenzbereich von Phasen, 865  
Kohärenz von Wellen, 1430  
Kohärenz, räumliche, 1430  
Kohaesionsdruck realer Gase, 847  
Kolibri, 327  
Kolmogorov, Andrej Nikolajewitsch, 680  
Koma (Linsenfehler), 1465  
Kombinationen, kombinatorische, 691  
Kombinatorik, 689  
kombinatorische Wahrscheinlichkeit, 679  
Kometen-Schweif, 1335  
Kommutator von Operatoren, 677  
Komplement e. Menge, 141  
Komplementärer Farbton, 1601  
Kompressibilität, adiabatische, 838  
Kompressibilität, isotherme (Def.), 837  
Kompressionsmodul, Def., 838  
Kondensator, elektron. Bauelement, 1837  
Kondensierte Materie, 1706  
konfokale Raman-Mikroskopie, 1641  
Konfokales Lichtmikroskop, 1540  
konjugiert komplexe Zahl, Def., 480  
Konjunktion, logische, 1920  
Konstantan, 1830  
kontinentaler Graben (Def.), 1233  
Kontinuitätsgleichung, 184, 322  
konventionelle Sehweite, Def., 1570  
Konvergenz e. Zahlenfolge, 154  
Konvergenz, absolute, 169  
Koordinatenflächen, Def., 200  
Kopernikus, Nikolaus, 58  
Kopplungskonstante e. WW, 515  
Korrelationskoeffizient, 687  
Korrespondenzprinzip der QM, 637  
Korrespondenzprinzip, Rel.-Theorie, 233  
kosmische Strahlung, 1384  
Kosmologische Konstante, 309  
Kovarianz 2-er Zufallsgrößen, 687  
Kovolumen realer Gase, 847  
Krängen (e. Schiffes), 415  
Kraft, Definition, 298  
Kramers, Hendrik Anton, 497  
Kratky, Otto, 1804  
Kratky-Kamera, 1804  
Krebsnebel, 1202  
Kreis, Def., 105  
Kreisfrequenz e. period. Beweg., 214  
Kreislauf, 74  
Kriechen eines Materials, 1709  
Kristall, Def., 1119  
kritischer Punkt, 873  
Kronecker, Leopold, 661  
Kronecker-Symbol, 661  
Kronig, Ralph de Laer, 497  
Kryo-Vulkanismus, 1317  
Kubelka, Paul, 1614  
Kubelka-Munk-Theorie, 1614  
Kugelsternhaufen, 1364  
Kugelstrahler, idealer, 1492  
Kuiper, Gerard Peter, 1344  
Kuiper-Gürtel, 1344  
Kuroda, Paul K., 808  
Kurve i. Raum (Def.), 158  
Kurzsichtigkeit, Def., 1571  
Kybernetik (Regelungstechnik), 1906  
Kybernetik, Def., 74  
längssymmetrischer Vierpol, 1825  
Lösung v. Stoffen, 880  
Lévy, Lucien, 1945  
Lack (Beschichtungsmaterial), Def., 1610  
Ladung, elektrische, 510  
Lageenergie, Def., 298  
Lagrange, Josef Louis de, 100  
Lagrange-Identität, 129  
Lagrangepunkt e. Gravitationsfeldes, 461  
Lambda-Viertel-Plättchen, 1451

- Lambert, Johann Heinrich, 1443  
 Lambert-Beer, Gesetz von, 1443  
 Lambertscher Strahler, 1493  
 Land, Edwin Herbert, 1450  
 Landau, Lew Davidowitsch, 80  
 Langmuir, Irving, 885  
 Laplace, Pierre Simon Marquis de, 187  
 Laplace-Ebene e. Zentralbewegung, 1010  
 Laplace-Operator, 187  
 Lateinersegel, 406  
 Latentes Bild e. fotogr. Films, 1563  
 Latex, 1736  
 Laue, Max Theodor Felix von, 1802  
 Laufbild-Kamera, 1566  
 Laurasia (nördl. Super-Kontinent), 1003  
 Laurent, Pierre Alphonse, 486  
 Laurent-Reihe, Def., 486  
 Lautsprecher, 1885  
 Lautstärke e. Schallsignals, 447  
 Le Verrier, Urbain Jean Joseph, 1328  
 Lebegue-Mass, 679  
 Lebesgue, Henri Léon, 679  
 Legendre, Adrien-Marie, 260  
 Legendre-Differenzialgl., 665  
 Legendre-Polynome, 260, 664  
 Legendre-Transformation, 310  
 Legierung, 881  
 Leibnitz, Gottfried Wilhelm, 153  
 Leichtwasser-Reaktor, 785  
 Leipzig, Gottfried Wilhelm, 144  
 Lemaître, Georges, 1377  
 Lenard, Philipp, 628  
 Leonardo da Vinci, 88  
 Leptonen, Def., 1131  
 Leptonenzahl, 1136  
 Leptonenzahl e. Elementarteilchens, 1131  
 Leuchtkraft, 1180  
 Levi-Cavita, Tullio, 278  
 Levi-Civita-Tensor, 278  
 Libby, William F., 1404  
 Licht, sichtbares, 604  
 Lichtausbeute e. Strahlers, 1491  
 Lichtschacht, 1630  
 Lieben, R. von, 1853  
 Limes, thermodynamischer, 909  
 Linear polarisierte Strahlg., 1426  
 Linear response, 493  
 Linearer Raum, 652  
 Linsenfehler, 1463  
 Lissajous, Jules Antoine, 216  
 Lissajous-Figuren, 216  
 Listing, Johann Benedikt, 144  
 Lock-In-Verstärker, 1961  
 Loggen, 352  
 Lokalisationsenergie, 632  
 Lorentz, Hendrik Antoon Lorentz, 235  
 Lorentz-Kontraktion, 241  
 Lorentz-Lorenz-Gleichung, 538  
 Lorentzkraft, 590  
 Lorenz, Ludvig Valentin, 538  
 Lorenz-Eichung, 595  
 Luftspule, elektron. Bauelement, 1835  
 Lumen, Def., 1488  
 Lumineszenz, 1445  
 Lunik (Raum-Missionen), 1246  
 Lupe, 1577  
 Lyell, Charles, 1239  
 Mächtigkeit v. Mengen, 143  
 Maat Mons (Venus-Vulkan), 1267  
 Macula d. Auges, 1569  
 Madden-Julian-Oszillation, 1050  
 Magnetschwebebahn, 1086  
 Maiman, Theodore Harold, 1502  
 Majorani, Ettore, 1141  
 Makrozustand, Def., 908  
 Manhattan-Projekt, 781  
 Marconi, Marchese Guglielmo, 597  
 Marianen-Rinne, 1236  
 Mariotte, Edme Sgn. de Chazeuil, 396  
 Mars (Planet), 1272  
 Martin, Archer John, 1786  
 Maschinensprache (Def.), 1933  
 Masse, schwere, Def., 254



- Masse, träge, 293  
Massendefekt, 760  
Massenwirkungsgesetz, 854  
Masstheorie, Def., 678  
Master batch, 1618  
Masukawa, Toshihide, 1148  
Materialparameter (Def.), 831  
Materialwissenschaft, Definition, 1663  
Mather, John Cromwell, 1374  
Matrix, Definition, 653  
Matrix-Multiplikation, 121  
MAVEN (Raum-Mission), 1285  
Maximum e. Funktion, 195  
Maxwell Montes (Venus-Gebirge), 1267  
Maxwell, James Clerk, 254  
Maxwell-Gleichungen, 593  
Mayer, Julius Robert von, 817  
Mead (Venuskraater), 1268  
Mead, Margaret, 1268  
Meissner, Alexander, 1896  
Meissner-Oszillator, 1896  
Meitner, Lise, 1138  
Melasse, 1034  
Melodie (Def.), 426  
Merkur (Planet), 1257  
Messenger (Raumsonde), 1257  
Messier, Charles, 1202  
Metamerie, 1595  
Metrischer Raum, 657  
Meyer, Stefan, 757  
Michelson, Albert Abraham, 229  
Mid Pleistocene Transition (Def.), 995  
Mikrofon, 1885  
Mikroskop, 1579  
Mikroskop, inverses, 1581  
Mikrowellenherd, 603  
Milankovic, Milutin, 1008  
Milankovic-Zyklen, 1008  
Millikan, Robert Andrews, 547  
Mindel-Eiszeit, 995  
Minimum e. Funktion, 195  
Minkowski, Hermann, 252  
Minkowski-Raum, 252  
Minsky, Marvin, 82  
Mischungsentropie, 884  
Mischungslücke v. Loesungen, 882  
Mises, Richard Edler von, 679  
mittelatlantischer Rücken, 1235  
Mittelwert, gleitender e. Signals, 1895  
Mittelwertsatz d. Diff.-Rechnung, 168  
Moderator, (Kerntechnik), 784  
Mohs, Friedrich, 1704  
Molekular-disperse Mischung, Def., 880  
Moll-Tonleiter, 427  
Moment, magnetisches, 565  
Momente, höhere e. Zufallsgrösse, 686  
Mondfinsternis, 375  
Mondphase, 371  
Monier, Joseph, 1754  
Monotonie e. Funktion, 157  
Moore's Law, 1848  
Morgan, William Wilson, 1608  
Morley, E.W., 230  
Morphologie eines Materials, 1664  
Mossotti, Ottavio Fabrizio, 538  
Mouton, Henri, 1456  
Mozart, Wolfgang Amadeus, 432, 434  
Mueller, Hans, 1446  
Mueller-Matrix, 1446  
Multiplexing-Verf., Datenübertrg., 1935  
Munk, Franz, 1614  
Musik (Def.), 421  
Nabla-Operator, Def., 182  
Nahfeldbereich e. Strahlungsquelle, 1482  
Nambu, Yoichiro, 1146  
Natürliche Zahlen, Def., 151  
Naturton e. Instrumentes, 437  
Navier, Claude Louis Marie Henri, 893  
Navigation (Ortung), 378  
Ne'eman, Juval, 1144  
Negation, logische, 1920  
Neigungskontrast b. opt. Abb., 1523  
Neptun (Planet), 1328

- Nernst, Walther Hermann, 913  
 Nernst-Stift, 1499, 1792  
 Nernstsches Waermetheorem, 913  
 Netzebene, 1123  
 Netzstellen e. Polymer-Netzwerks, 1737  
 Neumond, 371  
 Newton, Sir Isaac, 56  
 Newtonscher Reibungsansatz, 1767  
 Nichtgleichgewichtszustand e. Systems, 891  
 Nickolson, William, 896  
 Niepce, Joseph Nicéphore, 1562  
 Nordheim, Lothar Wolfgang, 636  
 Nordpol e. rotierenden Körpers, 213  
 Nordpol, magnetischer, Def., 564  
 Norm eines Vektors, Def., 657  
 Norm-Atmosphäre, 966  
 Normfarbtafel, 1612  
 notwendige Bedingung, 138  
 Noyce, Robert, 1847  
 Nullfolge, Def., 154  
 Nullmenge, 141  
 Nullvektor, Definition, 652  
 numerische Apertur e. Objektivs, 1466  
 numerische Exzentrizität e. Ellipse, 106  
 Nutationswinkel e. Drehung, 134  
 Nutzbrumm, elektronischer, 1938  
 Nyquist, Harry, 1884  
  
 Oberflächenphysik, 885  
 Oberflächenspannung, 885  
 Objektgesetz, Def., 293  
 Octave (Def.), 424  
 Odeillo, 1557  
 Oersted, Hans Christian, 581  
 Oeschger, Hans, 997  
 Offene Menge, Def., 144  
 Ohm, Georg Simon, 894  
 Oklo-Phänomen, 809  
 Olbers, Hermann Wilhelm, 1342  
 Oort, Jan Hendrik, 1349  
 Oortsche Wolke, 1349  
  
 Operator in e. Vektorraum, 672  
 Operator, quantenmech. (Def.), 643  
 Optical sectioning, 1541  
 Optische Aktivität, opt.Drehung, 1452  
 Optische Weglänge, 1434  
 Optokoppler (elektronischer), 1848  
 Ordnungsparameter, 877  
 Orientierungs-Polarisation, 538  
 orthogonale Abbildung, 129  
 Orthogonalität von Vektoren, 118  
 Orthogonalität v. Vektoren, 660  
 Ortsvektor, 119  
 Ostafrikanischer Graben, 1235  
 Ostwald, Wilhelm, 904  
 Ostwaldsches Verdünnungs-Gesetz, 904  
 Oszillator, elektron., 1894  
 Oszilloskop, 1955  
 ozeanischer Rücken, 1234  
  
 Pacioli, Luca, 464  
 Packungsdichte, 1120  
 PAL-Farbfernsehnorm, 1953  
 Pangäa (Super-Kontinent), 1003  
 Parabolrinne, 1556  
 Parallaxenverfahren (Abstandsmessg), 340  
 Parallel-Epipiped, 1122  
 Parallelität 2-er Geraden, 102  
 Parallelprojektion (Elementargeom.), 114  
 Paramagnetische Materialien, 577  
 Parsec (astron. Längeneinheit), 1397  
 Partialdruck e. Gases, 866  
 partielle Ableitung, 176  
 Pascal, Blaise, 302  
 Passatwind, 978  
 Passiver Zweipol, 1813  
 Patterson, Clair Cameron, 1402  
 Pauli-Prinzip der QM, 709  
 Peano, Guiseppe, 151  
 Peierls, Rudolf Ernst, 807  
 Pendel, ballistisches, 353  
 Pentode, E-Roehre, 1858  
 Penzias, Arno Allan, 1372

- Perihel e. Ellipse, 106  
Perihel-Drehung, 286  
Perkins, Donald H., 1131  
Perl; Martin Lewis, 1140  
Perlmutter, Saul, 1379  
Permeabilität, magnetische Vakuum-, 568  
Permeabilität, relative magnetische, 575  
Permutationen, kombinatorische, 690  
pH-Wert (Def.), 902  
Phase, thermodynamische, 861  
Phasenübergang (Def.), 876  
Phasenübergang 1. Art, 876  
Phasenübergang 2. Art, 876  
Phasendiagramm, 872  
Phasenkontrast b. opt. Abb., 1526  
Phasenmodulation, 1892  
Phobos (Marsmond), 1286  
Phosphoreszenz, 1444  
Photometer, 1532  
Photomultiplier, 1511  
Photowiderstand, 1832  
Piazzini, Guiseppino, 1343  
Piezo-Effekt, 541  
Pixel, 1511  
Planck (Raumsonde), 1375  
Planck, Max Karl Ernst Ludwig, 634  
Plancksche Strahlungsformel, 934  
planetarischer Nebel, 1198  
Plastische Materialien, Def., 1717  
plastische Zone, 1699  
Plastische Zone e. Risses, 1668  
Plattenkondensator, el. Bauteil, 1837  
Plattentektonik, 1237  
Pleistozän (Erdzeitalter), 995  
Plejaden (offener Sternhaufen), 1364  
Pluto (Zwergplanet), 1345  
Pockels, Agnes, 885  
Pockels, Friedrich Carl Alwin, 1455  
Pockels-Effekt, 1455  
Pogson, Norman Robert, 1178  
Poincaré, Jules Henri, 253  
Poisson, Siméon Denis, 187  
Poisson-Gleichung, 187  
Poisson-Verteilung, 693  
Poissonzahl, 1682  
Polarisation elektromagn. Strhlg., 1425  
Polarisationsfilter, 1477  
Polarkoordinatensystem (ebenes), 203  
Polarkreis, 363  
Polarlichter, 1387  
Polarstern, 381  
Poltzer, Hugh David, 1153  
Polstärke, magnetische, 568  
Poltergeist-Experiment, 1139  
Polymerphysik, Definition, 1665  
Polynomialverteilung, 693  
Potenzial, elektrisches, 510  
Potenzial, skalares, 188  
Potenzielle Energie, 299  
Potenzmenge, 142  
Präzessionswinkel e. Drehung, 134  
Preiswerk, Peter, 630  
Pressen e. Formteils, 1759  
Priestley, Joseph, 514  
Prisma (opt. Bauelement), 1469  
Prochorow, Aleksandr Michailowitsch, 1502  
Produktmenge v. Mengen, 141  
Projektionsoperator, 676  
Proportionalabweichung, 1911  
Proton-Proton-Zyklus, 1169  
Pull-out-Prozess b. Composites, 1726  
Pulsar, 1190  
Pulvertechnologie, 1741  
Purcell, Edward Mills, 1797  
pyro-elektrisch, 542  
Pyrolyse (Def.), 1788  
Pythagoras von Samos, 110  
Pythagoras, Satz des, 110  
Quadratur/Amplitudenmodulation, 1893  
Quantenausbeute e. Detektors, 1505  
Quantenchromodynamik, 1152  
Quantisierung der Strahlung, 628  
Quantisierung, 2. der QM, 710

- Quark-Modell, 1144  
 Quark-Teilchen, 1144  
 Quasar, 1361  
 Quasiteilchen (Def.), 751  
 Quellendichte e. extensiven Grösse, 181  
 Quotientenkriterium, 168  
  
 r-Prozess, 766  
 Röntgen, Wilhelm Conrad, 605  
 Röntgenstrahlung, 605  
 Rückkopplung von Systemen, 74  
 Rüdenberg, Günther Reinhold, 1582  
 Racemat-Mischung, 1454  
 Radioaktivität, natürliche, 756  
 Rahsegel, 406  
 Raman, Chandrasekhare Venkata, 746  
 Raman-Streuung, 746  
 Randelement e. Menge, 145  
 Rasterelektronenmikroskop, 1536  
 Ratiodetektor (Demodulator), 1891  
 Rationale Zahlen, Def., 152  
 Raumartiger Abstand, 238  
 Raumbestrahlungsstärke, 1486  
 Rauschen, elektronisches, 1883  
 Rayleigh, John William Strutt, 927  
 Rayleigh-Streuung v. Licht, 1444  
 Reaktions-Entropie, 857  
 Reaktionslaufzahl e. chem. Reaktion,  
     851  
 rechts- (links-)drehendes opt. Mat., 1453  
 Reelle Zahlen, Def., 153  
 Reelles Bild e. opt. Abb., 1461  
 Reflexionsgesetz, 1433  
 Regelung, Def., 1908  
 Reguläre komplexe Funktion, Def., 485  
 Reibung, Def., 1764  
 Reibungskoeffizient, 1767  
 Reibungsschicht, Peplosphäre (Def.), 966  
 Reihe, mathem. Def., 156  
 Reines, Frederick, 1139  
 Reintransmission, 1443  
 Relais, elektrisches, 1851  
 Relais-Optik, 1530  
 Relais-Optik, wiederholte, 1531  
 Reproduzierbarkeit e. Messgeräetes, 1528  
 Reservoir e. extensiven Grösse, 309  
 Response eines Systems, 73  
 Retina (Netzhaut), 1574  
 Reversible Prozesse, 826  
 Reynold, Osborn, 53  
 Rhea (Saturnmond), 1313  
 Ricci-Curbastro, Gregorio, 279  
 Richer, Jean, 1395  
 Richter, Burton, 1131  
 Richtungskosinus, Def., 115  
 Riemann, Georg F.B., 154  
 Riemann-Integral, Def., 162  
 Riesenstern (Def.), 1184  
 Riess, Adam Guy, 1379  
 Riss, materialwissenschaftl. Def., 1667  
 Riss-Eiszeit, 995  
 Robertson, Howard Percy, 282  
 Robertson-Walker-Metrik, 282  
 Rodinia (Super-Kontinent), 1003  
 Rodrigues, Benjamin Olinde, 664  
 Rodrigues-Formel, 664  
 Roemer, Ole, 226  
 Rohrer, Heinrich, 1538  
 ROSETTA, Raumsonde der ESA, 1337  
 Rosse, Lord (Parsons, William), 1202  
 Rotation eines Vektorfeldes, 185  
 Rotationsenergie, 296  
 Roter (orangener) Riese, 1184  
 Ruhemasse e. Teilchens, 295  
 run-away-Prozess, 552  
 Ruska, Ernst, 1582  
 Russell, Henry Norris, 1180  
 Rutherford, Sir Ernest, 754  
 Ryle, Sir Martin, 1190  
  
 s-Prozess, 766  
 Säkulargleichung, 673  
 Sacharov, Andrej Dmitrijewitsch, 773  
 Salpeter, Erwin Ernest, 1171

- Salpeter-Prozess, 1171  
Sampling-Oszilloskop, 1960  
Sarrus, Pierre Frédéric, 124  
Sarrussche Regel, 124  
Saturn (Planet), 1303  
Savart, Felix, 582  
Scanning-Konzept der Bilderzeugung, 1535  
Schadenstoleranz (Def.), 1699  
Schalldruckpegel, 329  
Schaum, 887  
Schawlow, Arthur Leonard, 1502  
Scheitel e. Winkels, 102  
Scherung e. Festkörper, 1676  
Schichtwiderstand, el. Bauteil, 1831  
Schirmgitter e. E-Röhre, 1857  
Schlicht e. Faser, 1723  
Schmelzprozeß kristall. Materialien, 1686  
Schmerzgrenze b. Hören, 446  
Schmidt, Brian Paul, 1379  
Schmidt, Erhard, 660  
Schmidt, Maarten, 1361  
Schmidtsches Orthogonal.-verf., 660  
Schmiegeebene, Def., 211  
Schmitt, Otto Herbert, 1923  
Schmitt-Trigger, 1923  
Schneeball-Erde, 1021  
Schnell, Hermann, 1732  
Schonerbark (Schiffstyp), 409  
Schott, Friedrich Otto, 1421  
Schrägseilbrücke, 1669  
Schrödinger, Erwin, 646  
Schrödinger-Gleichung, zeitabh., 647  
Schrödinger-Gleichung, zeitunabhg., 646  
Schwämme, Def., 887  
Schwartz, Laurent, 69  
Schwarz, Karl Herrmann Amandus, 658  
Schwarzer Körper, Def., 933  
schwarzes Loch, supermassereiches (SMBH),  
1353  
Schwarzsche Ungleichung, 658  
Schwarzschild, Karl, 284  
Schwarzschildlösung, 284  
Schwarzschildradius, 284, 337  
Schwerpunkt e. Bewegung, 214  
Sehfähigkeit Sehvermögen, 1573  
Selbstinduktion, 587  
Sextant, 1585  
Sheffer, Henry Maurice, 1920  
Shefferscher Strich, 1920  
Shimorura, Osamuro, 1524  
Shockley, William Bradford, 85  
Shupe, David L., 1150  
SI-System der Basiseinheiten, 56  
Siderisches Jahr, 358  
Sieden einer Flüssigkeit, 867  
Siemens, Ernst Werner v., 84  
Siemens, Werner v., 1496  
Sievert, Rolf, 800  
Sigma-Ring, 681  
Signaldynamik, 1506  
Sintern e. Formteils, 1759  
Sinus hyperbolicus, 111  
Skalarprodukt (elementarmath.), 118  
Skalarprodukt 2-er Vektoren, Def., 658  
Slipher, Vesto Melvin, 1376  
Smoot, George Fitzgerald, 1374  
Snel, Willibrord van Royen, 1433  
Software (Def.), 1933  
Sol, 888  
Sol-Gel-Übergang, 888  
Solarkonstante, 2010  
Solmisation (Musiklehre), 431  
Sommerfeld, Arnold, 63  
SONAR, 542  
Sonnenfinsternis, 374  
Sonnenspektrum, 1593  
Sonnenwind, 1387  
Sono-Lumineszenz, 1445  
Spallation, 740  
Spannbeton, 1753  
Spannung, elektrische, 511  
Spannungsüberhöhung (Schwingkr.), 1865  
Spannungsquelle, 1814  
Spannungsregler, elektronischer, 1915

- Spannungssenke, 1817  
 Spannungstensor, 1676  
 Spannungszustand, 1-dimensional, 1682  
 Spat (Parallel-Epipid), 1122  
 Spatprodukt, 127  
 Spatprodukt 3-er Vektoren, 127  
 Speichermodul eines Materials, 1684  
 Spektralprodukt, 1634  
 Sphärolith (Polymer-Morphologie), 1733  
 Spiegel (opt. Bauelement), 1467  
 Spiralgalaxie, 1352  
 Sprödes Materialverhalten, 1698  
 Spritzgiessen e. Formteil, 1759  
 Spritzguss, 1728  
 Sprungfunktion, 501  
 Stäbchen (d. Augen-Retina), 1575  
 stöchiometrische Koeffizienten, 850  
 Stabilität v. Dispersionen, 888  
 Stabilität, absolute, von Phasen, 872  
 Stabilitätsgrenze, 863  
 Stabilitätsbedingung f. Phasen, 862  
 Stahlbeton, 1753  
 Stahlkonstruktionen, 1752  
 Stammfunktion, Def., 163  
 Standardmodell (El.-teilchen), 1149  
 Starrer Körper (Def.), 212  
 Staub, kosmischer, 1156  
 STED-Mikroskopie, 1544  
 Stefan, Josef, 935  
 Stefan-Boltzmann-Gesetz, 935  
 Stehbildkamera, 1566  
 Steife Materialien (Def.), 1681  
 Steifigkeit, mechanische, 1709  
 Steilheit einer Elektronenroehre, 1856  
 Stellarator, 773  
 Stern, Otto, 630  
 Sternhaufen, 1363  
 Sternschaltung, 616  
 Stetigkeit e. Funktion, 157  
 Stetigkeit e. topolog. Abb., 145  
 Steuerung, Def., 1908  
 Stichprobenraum, 680  
 Stilwell, G.R., 249  
 Stimmen e. Instrumentes, 436  
 Stimmung e. Tonleiter, 428  
 Stoß, elastischer u. inelastischer, 305  
 Stoersignalabstand, 1937  
 Stokes, George Gabriel, 186  
 Strömgren, Bernd, 1608  
 Strahl, geometr. Def., 102  
 Strahlengang, vollständiger, 1518  
 Strahlungsdichte, 1484  
 Strahlungsdruck, 931  
 Strahlungsfläche, effektive, 1482  
 Strahlungsfluss, 1480  
 Strahlungsfrost, 1094  
 Strahlungshohlraum, 931  
 Strahlungsstärke, 1482  
 Strahlungswichtungsfaktor (Def.), 800  
 Streuquerschnitt, 740  
 Streuung e. Zufallsgrösse, 687  
 Streuung v. elektromagn. Strahlg., 1444  
 Streuungskontrast b. opt. Abb., 1522  
 Stromüberhöhung (Schwingkr.), 1865  
 Stromdichte, Def., 180  
 Stromquelle, 1814  
 Stromsenke, 1818  
 Strukturformel (chem.), 743  
 Summenformel e. Moleküls, 743  
 Supernova, 1201  
 Superpositionsprinzip der QM, 640  
 Superrotation (e. Atmosphäre), 1271  
 surjektive Abbildung, 143  
 Suspension, 887  
 Suszeptibilität, dielektrische, 535  
 Suszeptibilität, magnetische, 575  
 Suszeptibilität, verallgemeinerte, 493  
 Symmetriebruch, 976  
 Synchronisation e. Oszilloskops, 1955  
 Synge, Richard L.M., 1786  
 Syperheterodyn-Empfänger, 1944  
 System, physikalisches (Definition), 72  
 Systemantwort, 73  
 Talbot, William Henry Fox, 1562

- Tamm, Igor Jewgenewitsch, 773  
Tautologie, 138  
Tautologien, logische, 1919  
Taylor, Brook, 167  
Taylorscher Satz, 167  
Teifun, 1044  
Teilchen, klassisches, 626  
Temperatur (statistische Definiton), 911  
Temperatur, Def., 819  
Terzan, Agop, 1191  
Tesla, Nicola, 566, 574  
Tethys (Saturnmond), 1312  
Thermische Zustandsgleichung, 839  
thermokalorischer Effekt, 542  
Thermoplastische Elastomere, 1738  
Thomson, Sir Joseph John, 754  
Thomson, William, 56  
Tiefpass-Filter, 1866  
Tiefsee-Rinne (Def.), 1235  
Tierkreiszeichen, 382  
Ting, Samuel Chao Chung, 1131  
Titan (Saturnmond), 1315  
Titius, Johann Daniel, 456  
Titius-Bodesche Reihe, 456  
Tokamak- Fusions-Reaktor, 772  
Tolman, Richard Chase, 1193, 1378  
Tolmann-Oppenheimer-Volkoff-Grenze, 1193  
Ton (Werkstoff), 1742  
Tonart, Def., 426  
Tonintervall (Def.), 423  
Tonleiter (Def.), 426  
top-Quark, 1148  
Topologie, Def., 144  
topologischer Raum, 144  
Tornado, 1044  
Tornbaugh, Clyde William, 1345  
Totalordnung (Algebra), 150  
Totalreflexion, 1440  
Townes, Charles Hard, 1502  
Trägerfrequenz, 1887  
Trägheitstensor, Def., 297  
Trübungsmessung, Def., 1636  
Transformator, 612  
Transienten-Recorder, 1958  
Transit eines Planeten, 373  
Transmission, optische, 1442  
Transmutation, 794  
Transponierte e. Matrix, 122  
Transponierte Matrix, 655  
Treibhauseffekt, 947  
Tribologie, Def., 1764  
Triggerung e. Oszilloskops, 1955  
Triode, elektr. Bauteil, 1856  
Tripelpunkt e. Einteilchensystems, 867  
Tripelpunkt v. Wasser, 874  
Tropisches Jahr, 358  
Tropopause, 966  
Troposphäre, 966  
Tsien, Roger Y., 1524  
Tubuslänge e. Mikroskops, 1580  
Tunneleffekt, 636  
UBV-Farbmesssystem, 1608  
Ueberlagerungs-Empfänger, 1944  
Uebertragungsfunktion, 1910  
ugly construction, 1964  
Ulbricht, Fritz Richard, 1475  
ultraviolette (UV-)Strahlung, 604  
Umgebung e. Punktes; Def., 145  
Umkehrfunktion, 158  
Umsatzvariable e. chem. Reaktion, 851  
Umspannwerk, 619  
Unabhängigkeit, wahrsch.-theor., 681  
Unbestimmter Ausdruck, 170  
Universum, beobachtbares, 1377  
Unschärferelation, 634  
Untermenge, 140  
Untervektorraum, 656  
Up-Scaling, 1031  
Uran-Blei-Methode (Altersbest.), 1402  
Uranus (Planet), 1324  
Urmaterie, kosmische, 1156  
UTC, temps universelle coordonnée, 347  
UV-Katastrophe, 928

- Vakuum-Energiedichte, 309  
 Valles Marinenses (Mars-Canyon), 1276  
 Varactor (Kapazitätsdiode), 1840  
 Varian, Russel Harrison, 602  
 Varian, Sigurd Fergus, 602  
 Varianz einer Zufallsgroesse, 686  
 Variationen, kombinatorische, 690  
 Varistor, 1833  
 Vastitatis borealis (Flachebene a.d. Mars),  
 1276  
 Vektorpotenzial, Def., 191  
 Vektorprodukt, 126  
 Venus (Planet), 1265  
 Verdränger (Schiffstyp), 413  
 Vereinigungsmenge, 141  
 Verfärbungsinvarianz, Farbkennung, 1595  
 Verfahrenstechnik, 1031  
 Verformbarkeit eines Materials, 1711  
 Verlustmodul eines Materials, 1684  
 Verschiebungspolarisation, 537  
 Verstärkung v. Materialien, 1721  
 Verstimmung, reduzierte, 1862  
 Verteilungsfunktion, 682  
 Verträglichkeit z.B. von Polymeren, 1688  
 verzögerte Neutronen (Kernspaltung), 780  
 Verzeichnung e. Linse, 1465  
 Verzerrungstensor, 1675  
 Vesta (Asteroid), 1342  
 Vierpol, elektronischer (Def.), 1819  
 Vignettierung, 1518  
 Villard, Paul Ulrich, 757  
 Virialentwicklung (Zustandsfkt.), 847  
 Virtuelles Bild e. opt. Abb., 1577  
 Visko-Elastizität von Materialien, 1684  
 Visus (Def.), 1573  
 Voigt, Woldemar, 276  
 Voigtsche Notation, 1681  
 Vokaltrakt (Sprachorgan), 441  
 Volksempfänger, 1943  
 Vollmond, 371  
 Vollständigkeit (mathem.), 660  
 Volta, Alessandro Guiseppe Graf, 510  
 Volumenausdehnungskoeff., therm., 834  
 Volumenenergie, 302  
 Vorkoff, George Michael, 1192  
 Vulkanisierung v. Kautschuk, 1736  
 Wärmeübergang, Def., 1036  
 Wärmeübergangskoeffizient, 1036  
 Wärmekapazität, spez.(konst. Vol.), 832  
 Wärmekapazität, spez.(konst.Druck), 833  
 Wärmekonvektion, 1036  
 Wärmekraftmaschine, 1051  
 Wärmeleitfähigkeit, Def., 1035  
 Wärmepumpe, 1068  
 Wärmereservoir, 827  
 Würm-Eiszeit, 995  
 Wüste, Def., 987  
 Waage, Peter, 859  
 Waals, Johannes Diderik van der, 847  
 Waermeschutzfilter, 1474  
 Wahrscheinlichkeitsdichte, 683  
 Wahrscheinlichkeitsmass, 681  
 Wahrscheinlichkeitsrechnung, 678  
 Walker, Arthur Geoffrey, 282  
 Walker, Sir Gilbert Thomas, 980  
 Walker-Zirkulation, 980  
 Wankel, Felix, 82  
 Warmzeit (Def.), 992  
 Wasserstoff-Technologie, 1091  
 Watt, James, 817  
 Weber, Wilhelm Eduard, *see d*  
 Wechselwirkung, starke, 1150  
 Wegener, Alfred, 1239  
 Weißpunkt, 1600  
 Weichmacher, 1688  
 Weisser Zwerg, 1187  
 Weizsäcker, Carl Friedrich v., 1170  
 Welle, klassische, 627  
 Welle-Teilchen-Dualismus, 631  
 Wellenfunktion (Quantenmech.), 642  
 Wellenlänge, Def., 172  
 Wellenwiderstand e. Vierpols, 1828  
 Weltmodell, oeriodisches/nichtperiodisches,  
 1379



- Weltzeit TAI, 347  
Werkstoffe vom Typ 1, 1728  
Widerspruchsbeweis, 140  
Widerstand, elektrischer (ohmscher), 1830  
Widerstand, innerer, e. El.-Röhre, 1856  
Widerstands-Beiwert (strömungstechn.),  
323  
Widerstandsrauschen, 1883  
Wien, Wilhelm Karl Werner, 928  
Wien-Brücke, 1873  
Wiener, Norbert, 74  
Wiensches Verschiebungsgesetz, 935  
Wilczek, Frank, 1153  
Wilkinson, David, 1374  
Wilson, John Tuzo, 1240  
Wilson, Kenneth G., 71  
Wilson, Robert Woodrow, 1372  
Wilson-Zyklus, 1240  
Windkraftanaloge, 397  
Winkelbeschleunigung, Def., 213  
Winkelfunktionen, Def., 107  
Winkelgeschwindigkeit, Def., 213  
Winkelvergrößerung, optische, 1574  
Wirbelfelder, reine, 191  
Wirkungsgrad, allgem. Def., 1055  
Wirkungsquerschnitt, 741  
Wismut (Uran-Bergbau), 791  
WMAP (Raumsonde), 1374  
Wolke, Def., 970  
Wollaston, William Hyde, 733  
Wright, William David, 1592  
  
Xanadu (Titan-Region), 1317  
  
Young, Thomas, 1422  
Ypsilon-Meson, 1147  
Yukawa, Hideki, 1151  
Yukawa-Potenzial, 1151  
  
Zähigkeit eines Materials, 1699  
Zäpfchen (d. Augen-Retina), 1574  
Zeemann, Pieter, 1796  
Zeemann-Effekt, 1796  
Zeiss, Carl, 84  
Zeitartiger Abstand, 238  
Zeitdilatation, 240  
Zement, 1743  
Zener, Clarence Melvin, 1842  
Zenerdiode, 1842  
Zentralbewegung, 217  
Zentralprojektion (Elementargeom.), 114  
Zernike, Frits, 1526  
Zewail, Ahmed H., 1423  
Zufallsgrösse, 682  
Zufallsvektor, 682  
zusammenhängend, topologisch, 146  
Zuse, Konrad Ernst Otto, 1852  
Zustands-Verteilungsfunktion, 908  
Zustandsdichte, 923  
Zustandssumme, 917  
Zustandssumme, grosskanonische, 920  
Zweig, George, 1144  
Zweipol, elektronischer, 1812  
Zweistoffsystem, Def., 874  
Zweistrahl-Oszilloskop, 1956  
Zwerg-Galaxie, 1351  
Zwerge, braune, 1186  
Zwicky, Fritz, 1189  
Zwillingsparadoxon, 240  
Zwischenfrequenz, 1944  
zyklonisch, zyklonal, 983